

Interrogation

H2 : Dynamique des fluides visqueux newtoniens en écoulement incompressible

Questions

1) On donne l'équation de Navier-Stokes

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} \right) = -\text{grad} P + \eta \Delta \vec{v} + \rho \vec{g}$$

Nommer chacun des termes.

- $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$ est l'accélération locale (ou instationnaire) de la particule de fluide ;
- $(\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v}$ est l'accélération convective de la particule de fluide ;
- $-\text{grad} P$ est l'équivalent volumique des forces de pression ;
- $\eta \Delta \vec{v}$ est l'équivalent volumique des forces de viscosité ;
- $\rho \vec{g}$ est le poids volumique.

2) Comment retrouver l'équation de la statique des fluides à partir de l'équation de Navier-Stokes ?

En statique il n'y a pas d'écoulement $\vec{v} = \vec{0}$. On retrouve $\vec{0} = -\text{grad} P + \rho \vec{g}$.

3) Pour un fluide visqueux, décrire les conditions aux limites pour la pression dans le cas d'une interface plane et pour la vitesse.

Il y a dans ce cas continuité de la pression et de la vitesse à l'interface

$$P_1 = P_2 \quad \text{et} \quad \vec{v}_1 = \vec{v}_2$$

4) Définir le nombre de Reynolds et décrire toutes les grandeurs introduites.

On appelle nombre de Reynolds $\mathcal{R}_e$ le nombre sans dimension

$$\mathcal{R}_e = \frac{\rho V L}{\eta}$$

avec L une échelle spatiale typique de l'écoulement, V une vitesse typique de l'écoulement, η la viscosité dynamique du fluide et ρ sa masse volumique.

5) Les frottements qu'exerce l'air sur un cycliste sont-ils plutôt proportionnels à la vitesse ou au carré de la vitesse ? Justifier.

On propose $V \approx 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $L \approx 1 \text{ m}$, $\eta = 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ et $\rho = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ pour l'air, soit un Reynolds

$$\mathcal{R}_e \approx 10^5 \gg 2000$$

Les frottements sont donc plutôt en V^2 (régime où C_x est indépendant du Reynolds).