Interrogation

Opérateurs différentiels.

Questions

1) On considère le champ de vitesse en coordonnées cartésiennes

$$\vec{v} = k (3x^2 y \vec{e}_x - y^2 x \vec{e}_y) \quad \text{avec} \quad k \text{ une constante.}$$

Calculer la divergence puis le rotationnel du champ, et enfin $(\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v}$.

$$\text{div } \vec{v} = 4kxy, \quad \overrightarrow{\text{rot}} \vec{v} = -k(3x^2 + y^2) \vec{e}_z \quad \text{et} \quad (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v} = k^2 x^2 y^2 (15x \vec{e}_x - 2y \vec{e}_y)$$

2) On donne la divergence en coordonnées cylindriques

$$\text{div } \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

ainsi que le rotationnel en coordonnées cylindriques

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \vec{e}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \vec{e}_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \vec{e}_z$$

Calculer la divergence puis le rotationnel du champ donné en coordonnées cylindriques par

$$\vec{v} = 2kr \vec{e}_r + k'z \vec{e}_z \quad \text{avec} \quad k \text{ et } k' \text{ deux constantes.}$$

$$\text{div } \vec{v} = 4k + k' \quad \text{et} \quad \overrightarrow{\text{rot}} \vec{v} = \vec{0}$$