OP6-TD

Interférences à N ondes

OP6 — 01 Utilisation de la notation complexe (Appendice mathématique)

1) On considère deux ondes $s_1(M,t) = A_1(M)\cos(\omega t - \varphi_1(M))$ et $s_2(M,t) = A_2(M)\cos(\omega t - \varphi_2(M))$. En supposant que tous les critères de cohérences sont vérifiés, calculer l'éclairement résultant $\mathcal{E}_{\text{tot}}$ en M.

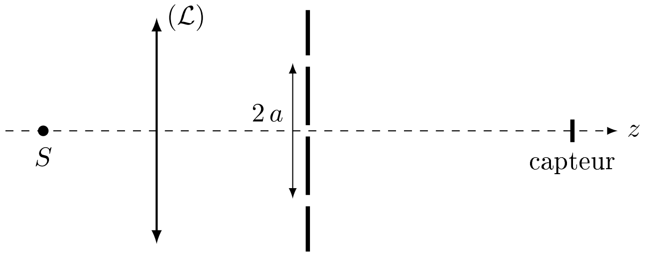
2) Vérifier qu'on obtient le même résultat avec la formule

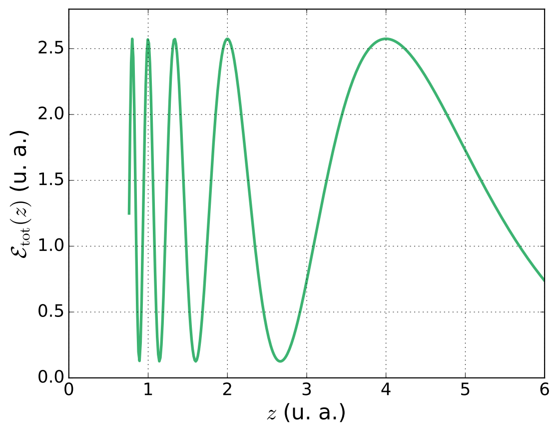
$$\mathcal{E}_{\text{tot}} = \underline{s}_{\text{tot}}\,\underline{s}_{\text{tot}}^* = |\underline{s}_{\text{tot}}|^2$$

On retiendra que cette formule est généralisable au cas d'interférences à N ondes, et qu'elle est dans ce cas beaucoup plus directe que le calcul en réèl.

OP6 — 02 Évolution de la frange centrale le long de l'axe z

On considère un montage de trois trous d'Young, schématisé ci-dessous. La source est dans le plan focal objet de la lentille.





1) On ne s'intéresse qu'à l'éclairement sur l'axe optique $\mathcal{E}_{\text{tot}}(z)$, qu'on mesure à l'aide d'un capteur libre d'être translaté le long de cet axe. En supposant dans un premier temps le trou central bouché, expliquer sans calcul comment se comporte $\mathcal{E}_{\text{tot}}(z)$.

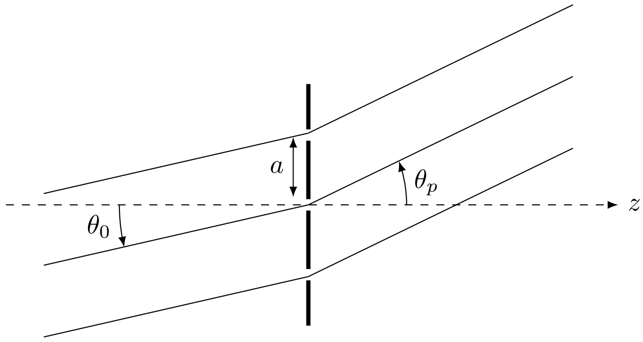
2) On ouvre le trou central. Obtenir $\mathcal{E}_{\text{tot}}(z)$. On notera $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$ l'éclairement dû aux trous latéraux et $\mathcal{E}_0$ celui dû au trou central.

3) La mesure de $\mathcal{E}_{\text{tot}}(z)$ en fonction de z est représentée ci-dessous (en unités arbitraires). Discuter, et proposer une méthode permettant de mesurer l'espace a entre les trous.

OP6 — 03 N trous d'Young - Réseau - Formule des réseaux (TD-cours)

On s'intéresse ici au réseau plan. Un réseau plan est un ensemble de N fentes équidistantes. En pratique, les réseaux possèdent typiquement 500 fentes par mm (souvent appelées « traits par mm »), qui donnent pour un réseau de 2 cm environ $N = 10000$ fentes.

1) On commence par étudier un ensemble de N trous d'Young. Avec les chiffres donnés en introduction, obtenir la distance a entre deux trous voisins.



2) La source (monochromatique) et l'écran sont à l'infini. Obtenir la différence de marche δ le long de deux rayons passant entre un trou et son voisin immédiat, puis le déphasage associé φ.

3) Les N trous d'Young constituant N sources cohérentes entre elles, comment peut-on obtenir l'éclairement à l'écran ?

4) Dessiner dans le plan complexe (appelé dans ce contexte « diagramme de Fresnel ») l'amplitude résultante des N trous lorsque la différence de marche précédente est un multiple de la longueur d'onde. En déduire la **formule des réseaux (à connaître)**

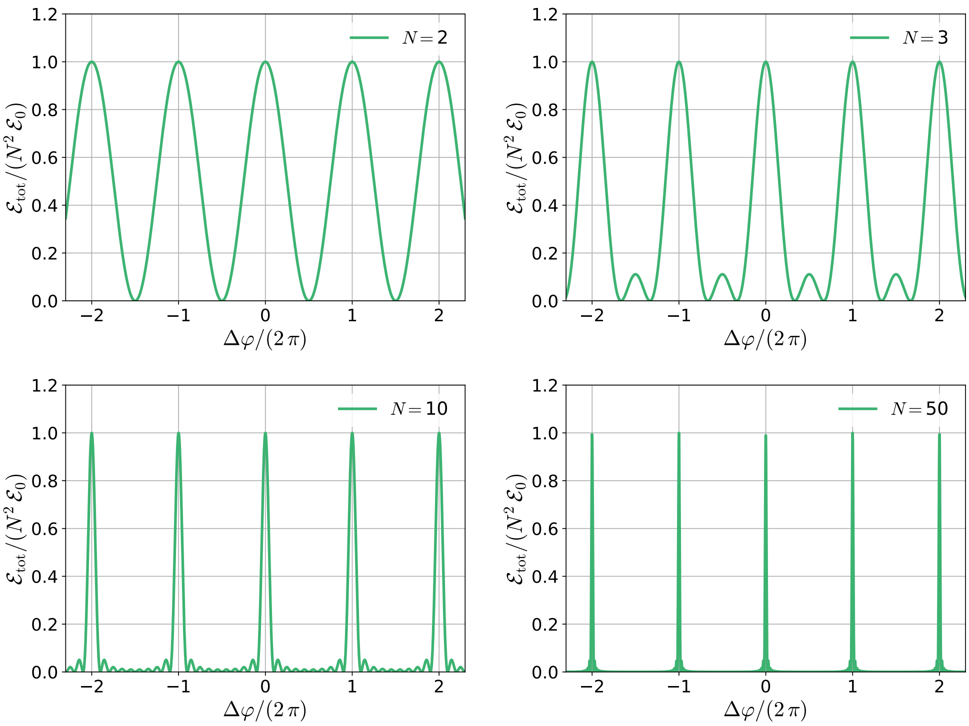
$$\sin\theta_p - \sin\theta_0 = p\,\frac{\lambda_0}{n\,a} \qquad \text{avec} \qquad p \text{ un entier, appelé « ordre ».}$$

donnant les angles θ_p pour lesquelles on observe une intensité résultante non nulle à l'écran.

5) Dessiner dans le diagramme de Fresnel l'amplitude résultante des N trous lorsque la différence de marche précédente vaut λ_0/N. Conclure sur la largeur des pics d'éclairement (en terme de déphasage).

6) La source émet maintenant plusieurs longueurs d'onde. Dessiner ce qu'on observe à l'écran.

À titre indicatif, on donne ci-dessous le tracé de l'intensité à l'écran en fonction du déphasage $\Delta\varphi$ entre deux trous successifs, pour $N = 2$, 3, 10 et 50.

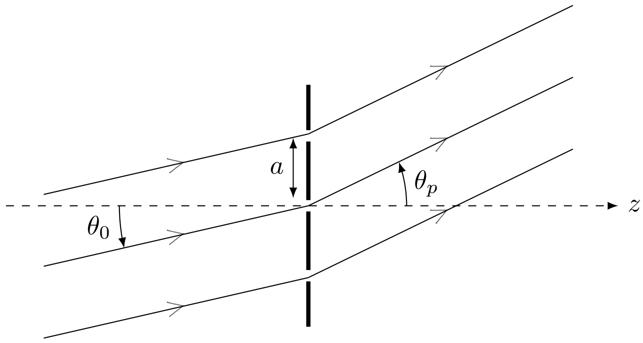


OP6 — 04 Étude théorique de la méthode du minimum de déviation

Lors du TP 3 sur la spectroscopie à réseau vous avez pu mettre en oeuvre un protocole de mesure de longueur d'onde basé sur la recherche du minimum de déviation. Pour rappel, cette méthode est très utilisée car elle permet de s'affranchir du réglage peu précis de l'incidence normale du faisceau collimaté sur le réseau. On propose dans cet exercice de démontrer la formule utilisée dans le TP

$$2\,\sin\left(\frac{D_m}{2}\right) = p\,\frac{\lambda}{a}$$

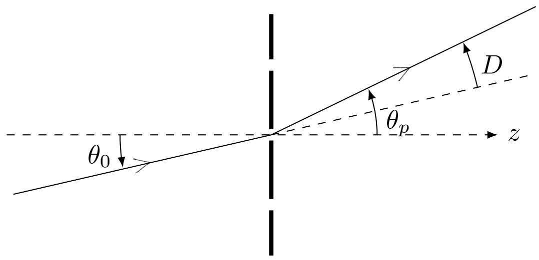
Pour cela, on considère un réseau de pas a (distance entre deux fentes successives), éclairé par une lumière parallèle sous incidence θ_0 et on s'intéresse à la lumière partant à l'infini sous l'incidence θ_p. Cette situation est représentée ci dessous.



1) Démontrer la formule des réseaux donnant les angles θ_p pour lesquels on observe de la lumière en sortie

$$\sin\theta_p - \sin\theta_0 = p\,\frac{\lambda}{a}$$

2) On considère le rayon ci-dessous, et on note $D = \theta_p - \theta_0$ sa déviation par le réseau.



La méthode du minimum de déviation consiste à observer un minimum de D lors de la rotation du réseau, c'est-à-dire lorsqu'on fait varier θ_0.

Obtenir $\dfrac{\mathrm{d}\theta_p}{\mathrm{d}\theta_0}$ à la déviation minimale.

3) En dérivant la formule des réseaux, montrer que lorsque la déviation est minimale, on a

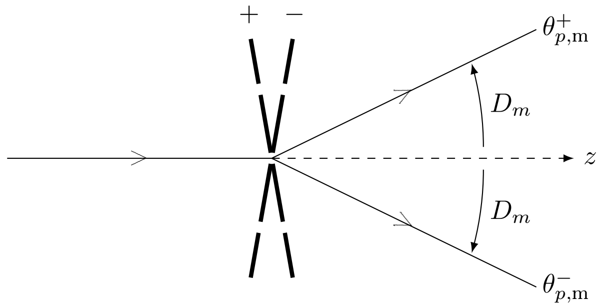
$$\theta_{p,\mathrm{m}} = -\theta_0$$

pour les ordres différents de 0. Représenter cette situation sur un schéma. Que vaut alors l'angle de déviation minimale D_m en fonction de $\theta_{p,\mathrm{m}}$?

4) Montrer alors que

$$2\,\sin\left(\frac{D_m}{2}\right) = p\,\frac{\lambda}{a}$$

Remarque complémentaire. Le protocole détaillé dans le TP vous proposait, afin d'améliorer la précision des mesures, de mesurer plutôt $2\,D_m$ en regardant aussi la déviation dans l'ordre symétrique $-p$. La situation est alors la suivante :



qui permet de voir clairement que

$$2\,D_m = \theta^+_{p,\mathrm{m}} - \theta^-_{p,\mathrm{m}}$$