Programme des colles de physique

Semaine 25 : du 28 mars au 01 avril.

MQ1 - Introduction à la mécanique quantique

- connaître les relations de De Broglie $E = \hbar\omega$ et $p = \hbar k$;
- savoir que la densité linéique de probabilité de présence est $|\Psi(x, t)|^2$, connaître la condition de normalisation;
- savoir utiliser l'équation de Schrödinger fournie;
- savoir définir un état stationnaire : savoir qu'ils correspondent aux états d'énergie fixée, savoir qu'ils sont de la forme $\Psi(x, t) = \varphi(x) \exp(-iEt/\hbar)$, et savoir que la densité de probabilité de présence est indépendante du temps pour ces états, d'où leur nom;
- savoir utiliser l'équation de Schrödinger stationnaire fournie;
- **obtenir la relation de dispersion $\omega = f(k)$ d'un état stationnaire pour une particule libre à partir de l'équation de Schrödinger stationnaire fournie, l'associer à $E = mv^2/2$;**
- **identifier la vitesse de groupe à la vitesse classique de la particule libre;**
- connaître les ordres de grandeurs $\Delta E \Delta t \approx \hbar$ et $\Delta p \Delta x \approx \hbar$ où Δx et Δt désignent les extensions spatiales et temporelles du paquet d'onde;
- utiliser l'expression admise du courant de probabilité pour une particule libre $\vec{j} = |\Psi|^2 \hbar \vec{k}/m$ et l'interpréter comme le produit $\rho \vec{v}_g$.

MQ2 - Particule quantique dans un puits de potentiel

- **établir l'expression des niveaux d'énergies et des fonctions d'onde stationnaires associées pour une particule dans un puits de potentiel infini, à partir de l'équation de Schrödinger stationnaire fournie;**
- faire l'analogie entre la forme des états stationnaires et les modes propres d'une corde vibrante fixée à ses deux extrémités;
- **savoir retrouver en ordre de grandeur l'énergie minimale d'une particule dans un puits infini par un raisonnement qualitatif à partir de l'inégalité d'Heisenberg, et en déduire que plus une particule est confinée, plus elle est énergétique.**
- **savoir retrouver la forme des solutions stationnaires dans les trois zones d'un puits de potentiel fini, à partir de l'équation de Schrödinger fournie;**
- exploiter les conditions de continuité de la fonction d'onde pour obtenir graphiquement la répartition des niveaux d'énergie dans le puits fini, en fonction de la profondeur du puits;
- interpréter qualitativement grâce à l'inégalité de Heisenberg que les niveaux d'énergie du puits fini sont abaissés par rapport à ceux du puits infini;
- associer la quantification des énergies au caractère lié de la particule.

MQ3 - Barrière de potentiel et effet tunnel

- **savoir retrouver la forme des solutions stationnaires dans les trois zones de potentiel constant pour une particule arrivant sur une barrière de potentiel à partir de l'équation de Schrödinger fournie;**
- associer la probabilité de franchir la barrière (dans le cas $0 \leq E \leq V_0$, par effet tunnel) à l'existence d'ondes évanescentes sous la barrière;
- exprimer le facteur de transmission comme le rapport du courant de probabilité transmis sur celui incident;
- **savoir définir la limite de la barrière épaisse, obtenir l'expression de T dans cette limite à partir de l'expression générale (dont la démonstration est hors-programme et qui doit être redonnée)**

$$T = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2}{4E(V_0 - E)} \operatorname{sh}^2(ka)}$$

- présentation du microscope à effet tunnel, principe de fonctionnement;
- description sommaire de la radioactivité α , modèle de Gamov;
- description sommaire des oscillations quantiques d'une particule dans un double puits symétrique.

Tous les points en gras peuvent constituer une question de cours, à savoir restituer en autonomie au tableau. Les autres points ont été abordés en cours et peuvent être utilisés dans les exercices.

Applications directes du cours

À préparer pour la colle. Le travail ne sera pas vérifié, mais vous êtes fortement encouragés à le faire avec sérieux, pour améliorer votre apprentissage du cours. Vous pouvez bien sûr me poser des questions si vous bloquez.

MQ1 - Introduction à la mécanique quantique

- 1) En partant de l'équation de Schrödinger, démontrer l'équation de Schrödinger indépendante du temps pour l'état stationnaire d'énergie E : $\psi(x, t) = \varphi(x) \exp(-i E t / \hbar)$.
- 2) Quelle est la pulsation ω de l'onde PPH associée à une particule libre de masse $m = 10^{-30}$ kg et animée d'une vitesse $v = 10^6$ m · s⁻¹ ? (*réponse : identifier $E = m v^2 / 2$ et $E = \hbar \omega$.*)
- 3) Savez-vous décrire une expérience d'interférence de matière ? À quelles propriétés de la mécanique quantique sont-elles dues ? (*réponse : théorème de superposition + grandeur physique est $|\psi|^2$ et non seulement ψ .*)
- 4) Quels sont les états stationnaires d'une particule libre ? Sont-ils physiques ? Comment décrit-on alors une particule libre ? Une particule libre a-t-elle finalement une énergie bien définie ?

MQ2 - Particule quantique dans un puits de potentiel

- 1) Dans le cas du puits infini, calculer l'écart $\Delta E_n = E_{n+1} - E_n$ entre deux niveaux d'énergie consécutifs.
- 2) Calculer l'énergie totale E_{tot} d'un ensemble de $2N$ particules indépendantes qui remplissent les niveaux d'énergie par 2 (règle de Pauli) à partir du niveau fondamental. Les particules étant indépendantes, l'énergie totale est simplement la somme des énergies de chacune des particules.
- 3) Quelle est la taille typique d'un noyau atomique ? En déduire l'ordre de grandeur de l'énergie d'un proton dans un noyau.

MQ3 - Barrière de potentiel et effet tunnel

- 1) [pour les héros] Démontrer l'expression du facteur de transmission à travers la barrière de potentiel

$$T = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2}{4E(V_0 - E)} \text{sh}^2(ka)}$$