

H1-Cours

Cinématique des fluides

Objectif. On cherche à décrire le mouvement d'un fluide, sans pour l'instant en étudier les causes (ce qui est l'objet de la dynamique, voir chapitre H2).

Notions. Définition d'un fluide, particule de fluide. Lignes et tubes de champ. Équation de conservation de la masse. Étude d'écoulements typiques : stationnaire, incompressible et irrotationnel. Opérateur divergence et théorème de Green-Ostrogradski. Opérateur rotationnel et théorème de Stokes.

Table des matières

1 Description d'un fluide	1
1.1 Définitions	1
1.2 Ligne de champ et tube de champ	2
1.3 Écoulement laminaire et écoulement turbulent	3

1 Description d'un fluide

1.1 Définitions

À l'échelle microscopique, la matière est fortement discontinue (beaucoup de vide entre les molécules...). On étudie les fluides à l'échelle **mésoscopique** où la matière apparaît continue.

Définition. Échelle mésoscopique. C'est une échelle intermédiaire entre l'échelle microscopique et l'échelle macroscopique. Dans un contexte de mécanique des fluides, elle est typiquement de $10\ \mu\text{m}$.

Définition. Fluide. C'est un ensemble de particules libres de se déplacer les unes par rapport aux autres ($\neq$ solide). En conséquence, un fluide se déforme quelque soit la contrainte tangentielle qu'on lui applique.



C'est néanmoins une notion parfois ambiguë : par exemple le sable s'écoule mais ne prend pas une surface libre plane au repos, ou aussi un glacier s'écoule également mais à l'échelle d'une décennie,...



Définition. Particule de fluide. C'est l'objet de base de la mécanique des fluides. C'est un élément de fluide de taille mésoscopique **de masse constante par définition**.

- Elle contient un très grand nombre de particules microscopiques (molécules, atomes, ions...).
- C'est à la mécanique des fluides ce que le point matériel est à la mécanique.

Définition. Description eulérienne. La description eulérienne d'un fluide est une description par des champs

$$\varrho(\vec{r}, t), \quad T(\vec{r}, t), \quad \vec{v}(\vec{r}, t), \quad \dots$$

(respectivement de masse volumique, de température, de vitesse,...) où, par définition, la valeur que prend un champ en $\vec{r}$ à t est la valeur de la grandeur pour la particule de fluide se trouvant en $\vec{r}$ à t .

Pour une même position $\vec{r}$, mais pour deux temps différents $t \neq t'$, ce n'est pas la même particule de fluide qui permet de définir la valeur des champs.

Exemple 1. Champ de masse volumique. Le champ de masse volumique $\varrho(\vec{r}, t)$ donne la masse volumique de la particule de fluide qui se trouve en $\vec{r}$ à l'instant t . Comme la masse d'une particule de fluide est constante par définition, le champ de masse volumique renseigne sur le volume des particules de fluide.

Exemple 2. Champ de vitesse. Le champ de vitesse $\vec{v}(\vec{r}, t)$ donne la vitesse de la particule de fluide qui se trouve en $\vec{r}$ à l'instant t . Attention,

$$\vec{v}(\vec{r}, t) \neq \frac{d\vec{r}}{dt}$$

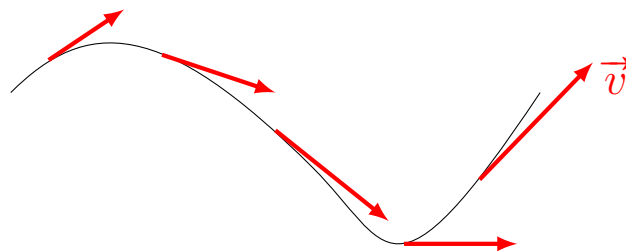
car ici $\vec{r}$ et t sont des variables indépendantes : $\vec{r}$ est la position à laquelle on regarde le champ de vitesse, et non une trajectoire. Notamment, $\vec{r}$ ne dépend pas de t .

Idée. Plutôt que de décrire le mouvement d'un fluide par les trajectoires des 10^{10} particules de fluides qui le constituent, on le décrit par 3 ou 4 champs. La vision eulérienne est typiquement ce à quoi on est sensible lorsqu'on regarde une rivière depuis un pont : on repère en un seul coup d'œil les zones rapides et les zones lentes. La vision eulérienne s'oppose à la vision des trajectoires (dite vision *lagrangienne*), par exemple lorsqu'on suit dans son mouvement une feuille morte à la surface de la rivière.

1.2 Ligne de champ et tube de champ

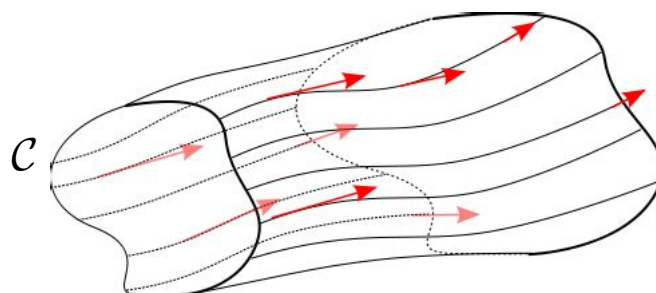
Ce sont des notions spécifiques aux champs vectoriels (dits aussi champs de vecteurs), comme le champ électrique $\vec{E}$, ou en mécanique des fluides le champ de vitesse $\vec{v}$.

Définition. Ligne de champ. Pour un champ de vecteurs (en mécanique des fluides, le champ de vitesse), une ligne de champ est une ligne tangente en tout point au champ de vecteurs.



- En chaque point de la ligne de champ, la droite tangente à la ligne donne la direction (et le sens) du champ de vecteurs.
- Une ligne de champ est orientée (par le champ de vecteurs).
- Dans le cas du champ de vitesse en mécanique des fluides, on parle de **ligne de courant**.

Définition. Tube de champ. C'est un ensemble de lignes de champ qui reposent sur un contour fermé C .



1.3 Écoulement laminaire et écoulement turbulent

Définition. Écoulement laminaire. Dans un écoulement laminaire les lignes de champ sont bien définies et disposées régulièrement les unes par rapport aux autres.



Définition. Écoulement turbulent. Le champ de vitesse $\vec{v}(r, t)$ varie rapidement temporellement et spatialement. Les lignes de champ ne sont pas structurées.



- Il n'y a pas de frontière précise entre les régimes laminaire et turbulent.
- On reviendra sur ces notions d'écoulement laminaire/turbulent dans le chapitre H2 où on se donnera un critère quantitatif pour anticiper le caractère laminaire ou turbulent d'un écoulement : le nombre de Reynolds.