

# Interrogation

## Opérateurs différentiels

## Questions

1) On considère un champ de vecteurs quelconque  $\vec{A}$ . Donner l'expression de  $\text{div } \vec{A}$  et de  $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}$  en coordonnées cartésiennes.

2) Soit un champ scalaire quelconque  $f$ . Que valent  $\overrightarrow{\text{rot}} (\overrightarrow{\text{grad}} f)$  et  $\text{div} (\overrightarrow{\text{grad}} f)$  ?

3) On donne la divergence en coordonnées cylindriques

$$\text{div } \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

ainsi que le rotationnel en coordonnées cylindriques

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \vec{e}_r + \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \vec{e}_\theta + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial (r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \vec{e}_z$$

Calculer la divergence puis le rotationnel du champ donné en coordonnées cylindriques par

$$\vec{v} = k r \vec{e}_\theta \quad \text{avec} \quad k \text{ une constante.}$$

4) On considère le champ en coordonnées cartésiennes  $\vec{v} = k (x^2 \vec{e}_x + 2 y z \vec{e}_z)$ . Calculer  $(\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v}$ .