TP 15

Polarisation de la lumière

Vous avez à de nombreuses reprises étudié la lumière dans le cadre de l'approximation de l'optique géométrique. Cette approximation est pertinente pour décrire l'essentiel des observations courantes impliquant la lumière.

Vous avez également rencontré l'expérience « lumière + lumière = noir », autrement dit l'observation d'interférences destructives, inexplicable dans le cadre de l'optique géométrique. Il nous a fallu admettre alors la nature **ondulatoire** de la lumière.

Il nous reste à observer une dernière expérience majestueuse, « noir + un objet transparent = lumière », cette fois inexplicable même dans le cadre de l'optique ondulatoire. La compréhension de ce phénomène passe par la nature **vectorielle** de la lumière. Ce TP a vocation à vous apprendre à jouer avec cet aspect de la lumière.

Objectifs.

- ☐ Distinguer théoriquement une lumière polarisée rectilignement, elliptiquement, circulairement ou naturellement ;
- ☐ Connaître l'action d'un polariseur sur la lumière ;
- ☐ **Savoir faire**. Savoir identifier la direction d'un polariseur grâce aux propriétés de la réflexion vitreuse sous incidence de Brewster ;
- ☐ **Savoir faire**. Vérifier expérimentalement la loi de Malus ;
- ☐ Connaître l'action d'une lame quart d'onde sur la lumière ;
- ☐ **Savoir faire**. Savoir trouver les lignes neutres d'une lame quart d'onde.

1 Les polarisations de la lumière

Déf. La polarisation de la lumière est la direction du champ électrique associé, et son évolution dans le plan transverse à la propagation.

1.1 Polarisation naturelle

La lumière naturelle est telle qu'aucune direction ne prédomine sur les autres. La direction des trains d'onde successifs est complètement aléatoire ; et les détecteurs de lumière (œil, photodiode,...), du fait de leur temps de réponse très grand devant la durée d'un train d'onde, reçoivent ainsi **toutes les polarisations**. On dit de cette lumière qu'elle est **non polarisée**.

1.2 Polarisation elliptique

Une lumière polarisée est dans le cas général polarisée elliptiquement. Si z est la direction de propagation, le champ $\vec{E}$ prend la forme

$$\vec{E} = \left| \begin{array}{l} E_{0x}\cos(\omega\, t - k\, z) \\ E_{0y}\cos(\omega\, t - k\, z + \varphi) \\ 0 \end{array} \right.$$

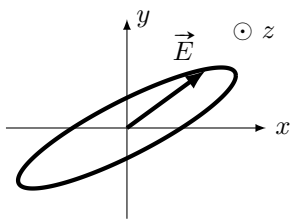


Figure : Polarisation elliptique.

La courbe de droite représente la courbe paramétrée $\big(E_x(t),\, E_y(t)\big)$, elle décrit l'évolution temporelle du champ $\vec{E}$ dans le plan transverse.

Dans ce cas général, les amplitudes E_{0x} et E_{0y} sont différentes, et la phase φ est quelconque (non nulle modulo π). Deux cas particuliers se distinguent naturellement : le cas où $\varphi = 0$ (modulo π), et le cas où $\varphi = \pi\,/\,2$ (modulo π) **et** $E_{0x} = E_{0y}$.

1.3 Polarisation rectiligne

C'est le cas où $\varphi = 0$ (modulo π). Les composantes E_x et E_y sont alors en phase.

$$\vec{E} = \left| \begin{array}{l} E_{0x}\cos(\omega\, t - k\, z) \\ E_{0y}\cos(\omega\, t - k\, z) \\ 0 \end{array} \right.$$

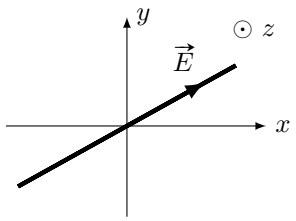
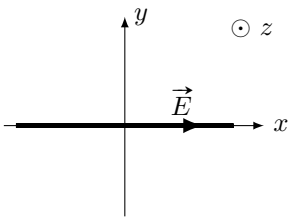
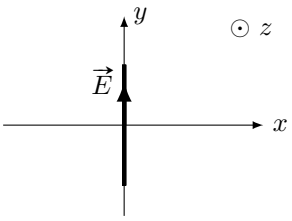


Figure : Polarisation rectiligne.

On discutera fréquemment dans ce TP des polarisations rectilignes suivant x et suivant y.



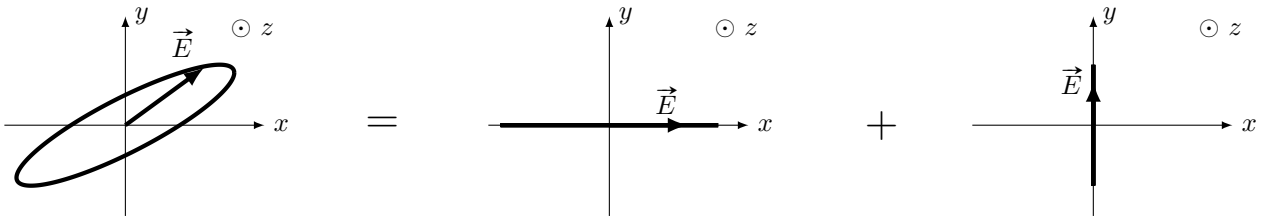
$$\vec{E} = E_{0x}\,\cos(\omega\, t - k\, z)\,\vec{e_x}$$



$$\vec{E} = E_{0y}\,\cos(\omega\, t - k\, z)\,\vec{e_y}$$

Figure : (à gauche) Polarisation rectiligne suivant x. (à droite) Polarisation rectiligne suivant y.

Prop. N'importe quelle polarisation elliptique se décompose comme somme de deux polarisations rectilignes, l'une selon x, l'autre selon y.



$$\vec{E} = E_{0x}\,\cos(\omega\, t - k\, z)\,\vec{e_x} + E_{0y}\,\cos(\omega\, t - k\, z)\,\vec{e_y}$$

$$\vec{E} = E_{0x}\,\cos(\omega\, t - k\, z)\,\vec{e_x}$$

$$\vec{E} = E_{0y}\,\cos(\omega\, t - k\, z)\,\vec{e_y}$$

Figure : Décomposition d'une polarisation quelconque en somme de deux polarisations rectilignes.

1.4 Polarisation circulaire

L'autre cas particulier est celui pour lequel $\varphi = \pi\,/\,2$ (modulo π), avec en plus $E_{0x} = E_{0y}$. Les composantes E_x et E_y sont alors en quadrature de phase, et l'évolution du champ électrique dans le plan transverse décrit un cercle.

Rappel. $\cos\left(x \pm \dfrac{\pi}{2}\right) = \mp \sin x$.

$$\vec{E} = \left| \begin{array}{l} E_{0x}\cos(\omega\, t - k\, z) \\ \mp E_{0x}\sin(\omega\, t - k\, z) \\ 0 \end{array} \right.$$

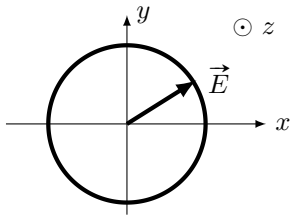


Figure : Polarisation circulaire.

2 Polariseurs

2.1 Action d'un polariseur

Déf. Un polariseur est une lame mince possédant une direction privilégiée, notée dans la suite p (pour « passante »). Le matériau qui le constitue est donc forcément anisotrope. Le polariseur est tel que seule la composante suivant p de la lumière peut le traverser. En conséquence, **la lumière après un polariseur est toujours polarisée rectilignement dans la direction p.**

Méthode. Si on connait le champ électrique avant le polariseur et qu'on souhaite connaître son expression après, il suffit de le décomposer comme somme de deux polarisations rectilignes, l'une suivant p, l'autre suivant b (pour « bloquée »), orthogonale à p. Seule la composante suivant p traverse le polariseur, l'autre composante b est absorbée par le matériau le constituant.

$$\boxed{\vec{E}_{\text{avant}} = \vec{E}_p + \vec{E}_b \Longrightarrow \vec{E}_{\text{après}} = \vec{E}_p}$$

En d'autres termes, le polariseur **projette** le champ électrique sur sa direction p.

Exemple.

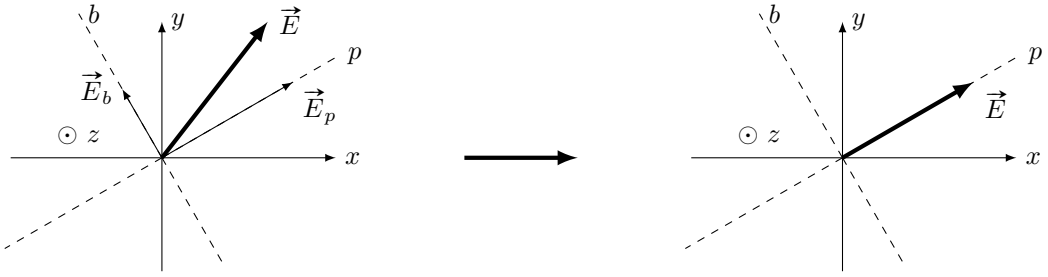


Figure. (à gauche) Champ avant le polariseur. (à droite) Champ après le polariseur, la composante suivant la direction b a été coupée.

2.2 Comment déterminer l'axe p d'un polariseur ?

Connaissant l'action d'un polariseur sur la lumière, il paraît essentiel de savoir déterminer son axe p. La méthode à employer semble directe : utiliser une lumière polarisée rectilignement. Placer le polariseur sur son chemin, et tourner le polariseur sur lui-même de telle sorte à ne plus voir de lumière en sortie. Dans cette configuration, l'axe p du polariseur est orthogonal à l'axe de polarisation de la lumière.

Remarque. Le champ $\vec{E}$ incident est alors dans la direction b (orthogonale à p) donc est complètement absorbé : il n'y a effectivement plus de lumière en sortie.

C'est en pratique peu évident car la lumière dont nous disposons conventionnellement n'est pas polarisée. Il nous faut donc trouver une lumière polarisée rectilignement, **dont nous connaissons la direction de polarisation**. Une situation naturelle nous le permet : la réflexion sur une surface vitreuse d'une lumière sous l'incidence de Brewster.

Dans le cours sur la réflexion/transmission d'une onde électromagnétique sur une interface, nous n'avons étudié que le cas d'une onde arrivant sous incidence normale. Lorsque ce n'est pas le cas, les coefficients de réflexion R et de transmission T en énergie dépendent sans surprise de l'angle d'incidence i. Dans le cas d'une interface air/verre, on admet l'évolution (donnée graphiquement ci-dessous) du facteur de réflexion en énergie pour les composantes respectivement perpendiculaire $R_\perp$ au plan d'incidence et dans le plan d'incidence R_t.

Sur cette courbe, on observe que le coefficient de réflexion pour la composante dans le plan d'incidence tombe à 0 pour un angle particulier, appelé **incidence de Brewster** i_B. On peut montrer que pour une interface entre deux milieux transparents d'indice n_1 et n_2, on a

$$\tan i_B = \frac{n_2}{n_1}$$

À cette incidence, la composante dans le plan d'incidence est donc complètement éteinte et **la lumière réfléchie est par conséquent polarisée rectilignement dans la direction orthogonale au plan d'incidence**.

Méthode. En pratique, n'importe quelle surface fera raisonnablement office de surface réfléchissante : paillasse, écran d'ordinateur (éteint), de téléphone portable,... Regarder la lumière réfléchie par la surface que vous aurez choisie à un angle proche de 60° ; et placer le polariseur entre vos yeux et cette surface. Tourner le polariseur de telle sorte à ne plus voir la lumière : la direction p du polariseur est alors orthogonale à la surface.

Remarque. L'indice des verres communs est toujours proche de $1,5$. L'incidence de Brewster est donc toujours proche de $56°$.

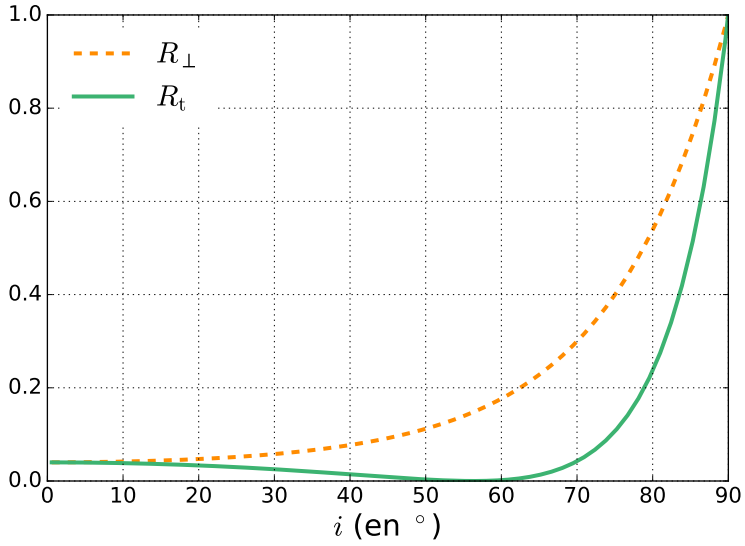


Figure. Représentation graphique de $R_\perp$ et R_t, pour une interface air/verre, d'indice $n = 1,5$. Dans ce cas l'incidence de Brewster est $56°$.

2.3 Montage polariseur/analyseur – Loi de Malus

Déf. Un **analyseur est un polariseur** qui agit sur une onde déjà polarisée dont on veut étudier les caractéristiques. L'analyseur a donc son axe passant p' et son axe bloquant b'.

Loi de Malus. L'intensité I de la lumière traversant un système polariseur/analyseur vérifie

$$\boxed{I = I_0 \cos^2\theta} \qquad \left(\text{ Loi de Malus }\right)$$

où θ est l'angle entre p et p', et I_0 l'intensité en sortie du polariseur. Cette loi découle directement du fait que l'intensité lumineuse (autrement appelée éclairement) est proportionnelle au carré de l'amplitude lumineuse (la grandeur a des chapitres d'optique ondulatoire), c'est-à-dire au carré du champ électrique E^2, ou encore à la norme de la valeur moyenne du vecteur de Poynting $||\langle\vec{\pi}\rangle||$.

Remarque. Cela de manière tout à fait analogue à l'intensité sonore, qui est la norme de la valeur moyenne du vecteur de Poynting sonore.

Si $\overrightarrow{E_p}$ est le champ en sortie du polariseur, on a directement en sortie de l'analyseur un champ $\overrightarrow{E_{p'}} = E_p \cos\theta\ \overrightarrow{e_{p'}}$.

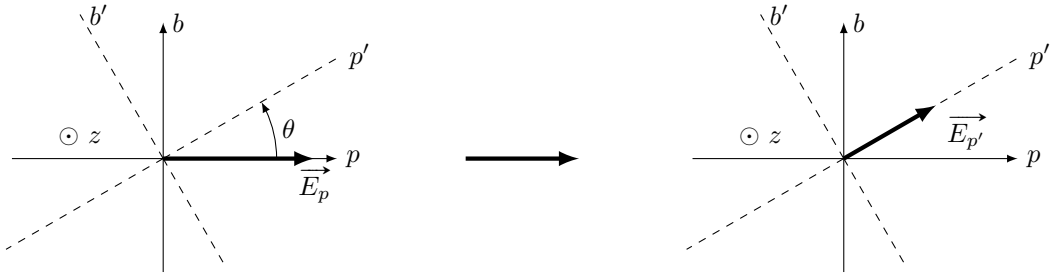


Figure. (à gauche) En sortie du polariseur, le champ $\overrightarrow{E_p}$ est polarisé rectilignement dans la direction p. (à droite) En sortie de l'analyseur, le champ est la projection du champ $\overrightarrow{E_p}$ sur l'axe p' de l'analyseur, soit $\overrightarrow{E_{p'}} = E_p \cos\theta\ \overrightarrow{e_{p'}}$.

L'intensité est alors

$$I \propto ||\overrightarrow{E_{p'}}||^2 \propto \cos^2\theta$$

et le facteur $\cos^2\theta$ de la loi de Malus se révèle être purement géométrique.

Configuration polariseur/analyseur croisés. Lorsque p et p' sont orthogonaux ($\theta = 90°$), le polariseur et l'analyseur sont dit croisés, et l'intensité lumineuse est nulle en sortie de l'analyseur.

■ **Mesures.** Mettre en oeuvre un protocole vous permettant de montrer que la loi de Malus est vérifiée. Vous disposez d'un luxmètre permettant de mesurer l'intensité de la lumière.

3 Lames quart d'onde

3.1 Action d'une lame quart d'onde

Déf. Une lame mince **biréfringente** est une lame mince possédant deux directions orthogonales privilégiées, appelées **lignes neutres**, qu'on notera ici r et l (pour « rapide » et « lente », termes conventionnels qu'on ne cherchera pas à expliquer ici). Elle est donc forcément constituée d'un matériau anisotrope. Les composantes du champ électrique traversant la lame selon chacune des lignes neutres subissent un déphasage différent à la traversée de celle-ci. En conséquence, tout se passe comme si la composante E_ℓ était déphasée par rapport à E_r. Plus explicitement,

$$\vec{E}_{\text{avant}} = \left| \begin{array}{l} E_{0r}\cos(\omega\,t - k\,z) \\ E_{0\ell}\cos(\omega\,t - k\,z + \varphi) \\ 0 \end{array} \right. \implies \vec{E}_{\text{après}} = \left| \begin{array}{l} E_{0r}\cos(\omega\,t - k\,z) \\ E_{0\ell}\cos(\omega\,t - k\,z + \varphi + \varphi_{\text{lame}}) \\ 0 \end{array} \right.$$

Déf. Une lame **quart d'onde** est telle que $\varphi_{\text{lame}} = \dfrac{\pi}{2}$. Une lame **demi onde** est telle que $\varphi_{\text{lame}} = \pi$.

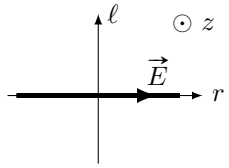
Ce vocabulaire de lame quart d'onde s'explique par le fait que ce déphasage $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\,\varphi_{\text{lame}}}$ peut être interprété comme un déphasage de propagation $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\,k\,z}$, soit $\varphi_{\text{lame}} \leftrightarrow k\,z$. En précisant,

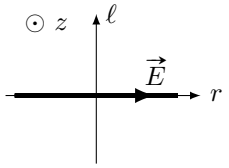
$$\varphi_{\text{lame}} = \frac{\pi}{2} \leftrightarrow k\,z = \frac{2\,\pi}{\lambda}\,z \qquad \text{soit} \qquad z = \frac{\lambda}{4}$$

Tout se passe comme si l'une des composantes prenait une avance de $\lambda\,/\,4$ en terme de distance de propagation par rapport à l'autre. Remarquons qu'une lame quart d'onde n'est rigoureusement « quart d'onde » que pour une longueur d'onde λ donnée. En pratique, on les utilisera malgré tout en lumière blanche.

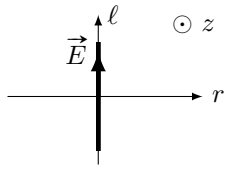
Cas fréquents. Examinons quelques cas particuliers. On rappelle que $\cos\left(x \pm \dfrac{\pi}{2}\right) = \mp \sin x$.

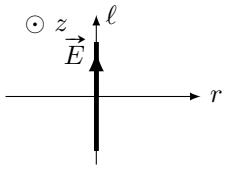
$$\vec{E} = \left| \begin{array}{l} E_{0x}\cos(\omega\,t - k\,z) \\ 0 \\ 0 \end{array} \right. \implies \vec{E} = \left| \begin{array}{l} E_{0x}\cos(\omega\,t - k\,z) \\ 0 \\ 0 \end{array} \right.$$



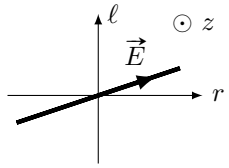


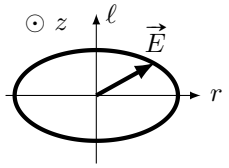
$$\vec{E} = \left| \begin{array}{l} 0 \\ E_{0y}\cos(\omega\,t - k\,z) \\ 0 \end{array} \right. \implies \vec{E} = \left| \begin{array}{l} 0 \\ -E_{0y}\sin(\omega\,t - k\,z) \\ 0 \end{array} \right.$$



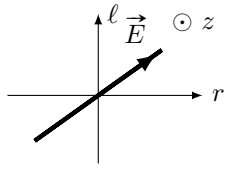


$$\vec{E} = \left| \begin{array}{l} E_{0x}\cos(\omega\,t - k\,z) \\ E_{0y}\cos(\omega\,t - k\,z) \\ 0 \end{array} \right. \implies \vec{E} = \left| \begin{array}{l} E_{0x}\cos(\omega\,t - k\,z) \\ -E_{0y}\sin(\omega\,t - k\,z) \\ 0 \end{array} \right.$$





$$\vec{E} = \left| \begin{array}{l} E_{0x}\cos(\omega\,t - k\,z) \\ E_{0x}\cos(\omega\,t - k\,z) \\ 0 \end{array} \right. \implies \vec{E} = \left| \begin{array}{l} E_{0x}\cos(\omega\,t - k\,z) \\ -E_{0x}\sin(\omega\,t - k\,z) \\ 0 \end{array} \right.$$



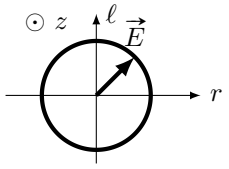


Figure : Action d'une lame quart d'onde sur plusieurs polarisations (rectiligne suivant r, rectiligne suivant ℓ, rectiligne quelconque, rectiligne à 45° des lignes neutres).

Si toutes les polarisations incidentes peuvent être envisagées, on se contentera de retenir les cas représentés ci-dessus. Explicitons-les en français.

- une lame quart d'onde n'a aucun effet sur la polarisation d'une lumière polarisée rectilignement selon l'une de ses lignes neutres ;
- une lame quart d'onde transforme une polarisation rectiligne quelconque en polarisation elliptique ;
- une lame quart d'onde transforme une polarisation rectiligne à 45° des lignes neutres ($E_{0r} = E_{0\ell}$) en polarisation circulaire.

3.2 Détermination des lignes neutres de la lame quart d'onde

On souhaite connaître les lignes neutres d'une lame mince biréfringente. Pour cela, sachant que celles-ci sont toujours orthogonales, il suffit d'en trouver une : l'autre sera alors à 90° de la première.

Méthode. Réaliser un montage polariseur/analyseur croisé. Il n'y a pas de lumière en sortie. Placer alors la lame mince biréfringente entre les deux polariseurs. La lumière réapparaît, c'est l'expérience majusteuse évoquée en début de TP. Tourner la lame sur elle-même de sorte à retrouver l'extinction. Les lignes neutres sont alors alignées avec les axes $p = b'$ et $p' = b$ des polariseurs. En effet, si la lumière ne traverse pas l'analyseur, c'est qu'il est éclairé par une lumière polarisée rectilignement selon son axe bloquant b', donc selon l'axe passant p du polariseur (puisque ceux-ci sont croisés). Et donc la lame mince biréfringente n'a eu aucun effet sur la polarisation incidente : c'est donc que celle-ci est alignée avec l'une de ses lignes neutres.

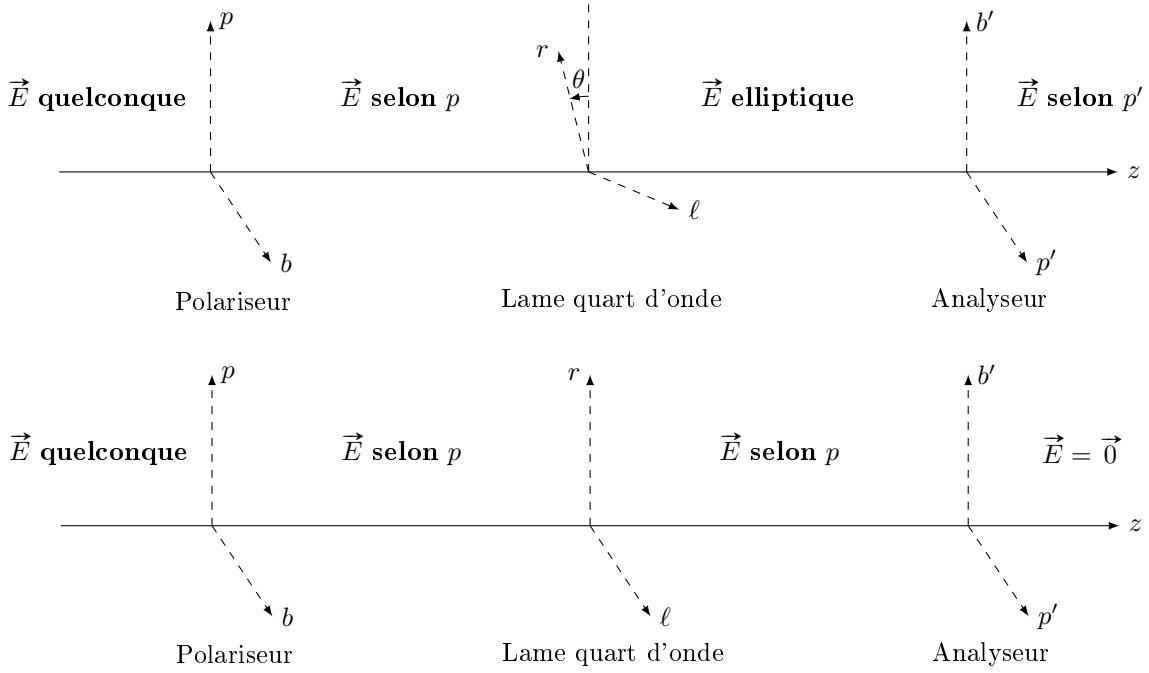


Figure. (en haut) Les lignes neutres de la lame ne sont pas alignées avec les axes du polariseur et de l'analyseur. (en bas) Les lignes neutres de la lame sont alignées avec les axes du polariseur et de l'analyseur, le champ électrique en sortie est nul.