

# Barrière de potentiel et effet tunnel

Au début du chapitre MQ3 nous avons donné le facteur de transmission  $T$  d'une particule à travers une barrière de potentiel, c'est-à-dire la probabilité de traverser celle-ci par effet tunnel. Nous poursuivons le chapitre en discutant deux exemples d'intérêt : le microscope à effet tunnel et la radioactivité  $\alpha$ . Enfin, nous aborderons qualitativement la physique d'une particule dans un double puits symétrique, qui nous permettra d'illustrer la notion d'oscillations quantiques, et nous mentionnerons son lien avec la chimie quantique et les orbitales moléculaires.

## Table des matières

<b>2 Deux applications de l'effet tunnel</b>	<b>1</b>
2.1 Microscope à effet tunnel (MET)	1
2.2 Radioactivité $\alpha$	3

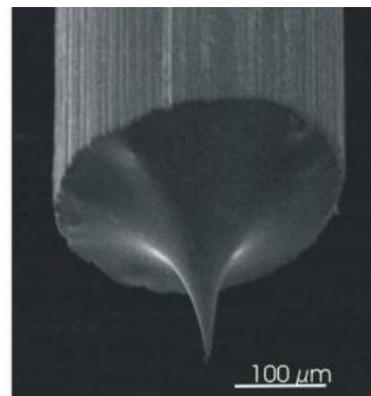
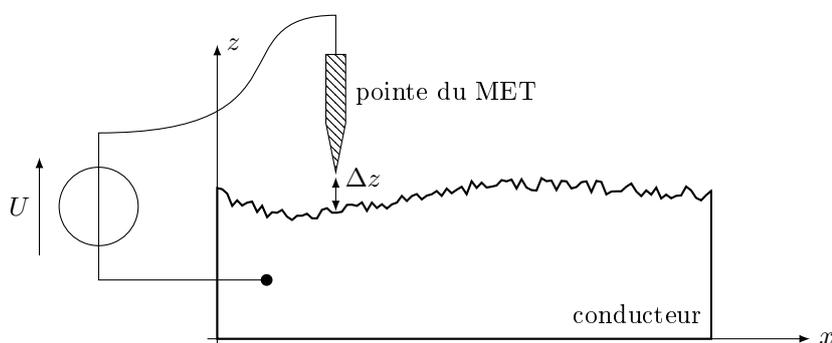
## 2 Deux applications de l'effet tunnel

### 2.1 Microscope à effet tunnel (MET)

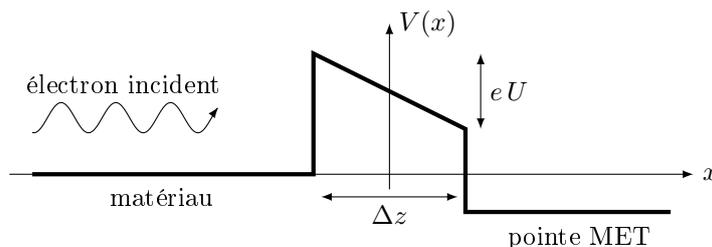
**But.** On souhaite obtenir le profil de la surface d'un conducteur très précisément (à l'échelle de l'atome).

Attention, un microscope à effet tunnel n'a rien à voir avec un microscope optique.

**Idée.** On approche une pointe conductrice (très fine, voir photo) de la surface à étudier et on applique une différence de potentiel entre la pointe et la surface.



La différence de potentiel  $U$  tend à créer un courant entre la pointe et la surface, c'est-à-dire un déplacement d'électrons. Les expériences de microscopie à effet tunnel sont réalisées dans des vides poussés. Le vide étant un isolant électrique, l'espace  $\Delta z$  entre la pointe et le matériau à caractériser constitue une barrière de potentiel pour les électrons. On peut modéliser sommairement le profil d'énergie potentielle auquel un électron est soumis par



La chute de potentiel dans la barrière rend compte de la différence de potentiel entre la pointe et le matériau. La barrière n'étant pas de potentiel constant, cette situation ne correspond pas tout à fait à celle étudiée au début du chapitre MQ3, mais on admet que la physique reste essentiellement identique. La probabilité qu'un électron incident traverse la barrière, et donc participe au courant électrique entre le matériau et la pointe MET, est le facteur de transmission  $T$ . Ce dernier est, dans la limite de la barrière épaisse, proportionnel à un facteur exponentiellement

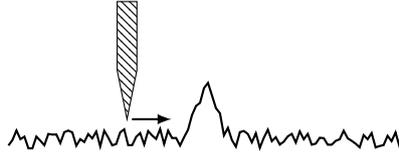
décroissant en fonction de l'épaisseur  $\Delta z$  de la barrière. On peut donc écrire que le courant électrique  $I$  prend une forme

$$I = I_0 e^{-2k \Delta z}$$

Il n'est pas nécessaire de préciser  $I_0$  ou  $k$  pour commenter le principe du microscope à effet tunnel.

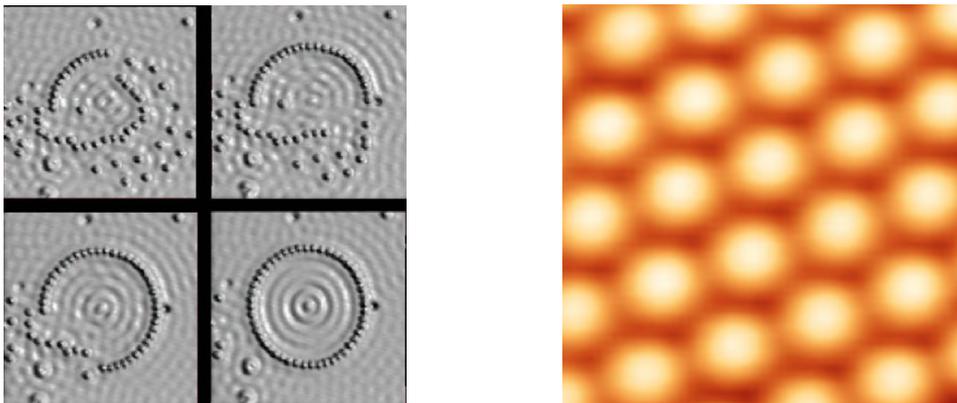
**Fonctionnement élémentaire.** L'expression de  $I$  montre une dépendance directe en  $\Delta z$ . Par conséquent, la mesure du courant  $I$  (en pratique toujours très faible, de l'ordre du nA) permet de remonter à  $\Delta z$ . Ainsi, en déplaçant la pointe MET à  $z_{\text{pointe}} = \text{Cste}$  au dessus de la surface dans les directions  $x$  et  $y$ , on peut déduire en mesurant le courant  $I(x, y)$  le « négatif de la surface »  $\Delta z(x, y)$ .

**Fonctionnement réel.** Si on promène la pointe MET à  $z_{\text{pointe}} = \text{Cste}$ , on risque de la casser ou de détériorer la surface du matériau en rencontrant un pic sur celle-ci.



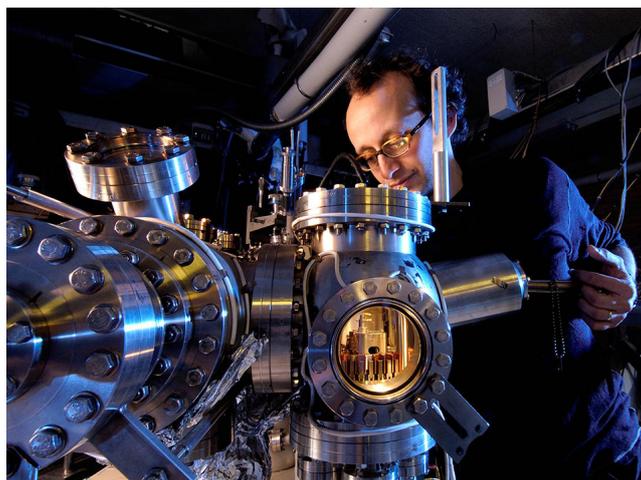
Pour cette raison, on utilise en pratique un système de rétroaction. Lorsqu'on déplace la pointe MET au dessus de la surface, on la fait monter (ou descendre) en même temps, de sorte à garder un courant  $I$  constant, donc une hauteur  $\Delta z$  constante au dessus du matériau. Dans ce cas, c'est directement le déplacement de la pointe qui donne de nouveau le « négatif de la surface ».

**Remarques culturelles.** ► Puisqu'elle nécessite le passage d'un courant, la MET est réservée à l'étude des matériaux conducteurs. ► L'invention du microscope à effet tunnel a conduit au prix Nobel de physique pour Binnig et Rohrer en 1986. ► Cela ne transparaît pas sur la photo page précédente, mais l'extrémité de la pointe MET est extrêmement fine, généralement constituée d'un seul atome! C'est nécessaire si on souhaite avoir les détails de la surface à l'échelle des atomes. Voici quelques images obtenues par un microscope à effet tunnel :



**Figure.** À droite : manipulation d'atomes de fer, arrangés en cercle. On distingue la nature ondulatoire des électrons par les ondulations au centre du cercle. À gauche : état de surface d'un échantillon de silicium, où on voit la structure cristallographique en nid d'abeille des atomes. Les deux images sont évidemment en fausses couleurs.

► Enfin, on montre ci-contre une photographie d'un microscope à effet tunnel (qui n'a effectivement rien à voir avec un microscope optique).



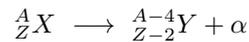
## 2.2 Radioactivité $\alpha$

La radioactivité  $\alpha$  désigne l'émission d'une particule  $\alpha$  lors de la désintégration d'un noyau atomique instable.

**Définition.** La particule  $\alpha$  est en fait le noyau de l'atome d'hélium 4 :  ${}^4_2\text{He}$ . Elle est ainsi constituée de deux protons et de deux neutrons, et est par conséquent chargée de charge  $q(\alpha) = +2e$ . Dans la représentation conventionnelle où on dessine les nucléons comme des petites boules, une particule  $\alpha$  se schématise par

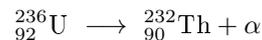


**Propriété.** Une désintégration  $\alpha$  est une réaction nucléaire dont le bilan s'écrit



où  $X$  est appelé le « noyau père » et  $Y$  le « le noyau fils ».

**Exemple.** L'uranium 236 est instable et peut se désintégrer en thorium en émettant une particule  $\alpha$  selon la réaction



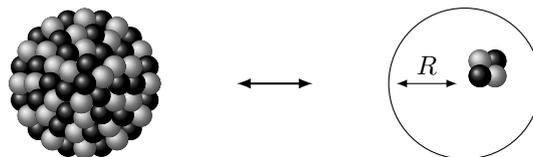
Nous allons proposer un modèle pour cette désintégration qui peut permettre de dégager quelques lois d'intérêt, par exemple le temps de demi-vie du noyau père (voir le TD MQ3-04). Dans le cadre du programme, on se contente dans le cours de la description de ce modèle et de la discussion du raisonnement conduisant à la demi-vie du noyau père.

### Modèle de Gamov de la radioactivité $\alpha$

Le modèle de Gamov est un modèle simpliste de la dynamique d'une désintégration  $\alpha$ . Il suppose que **la particule  $\alpha$  pré-existe dans le noyau père**.

**Commentaire.** Évidemment, il est vrai que les deux protons et les deux neutrons qui constituent la particule  $\alpha$  émise étaient initialement dans le noyau père (c'est contraint par la conservation de la charge et de la masse). Mais le modèle de Gamov déclare que la particule  $\alpha$  existe dans le noyau père *en tant qu'état lié des 4 particules*, ce qui est faux. Le modèle de Gamov peut donc paraître fantaisiste, mais ses conclusions rendent correctement compte de la réalité : c'est ce qui lui confère sa légitimité. Pour des théories plus abouties, il faut se tourner vers la physique nucléaire qui sort du programme de prépa.

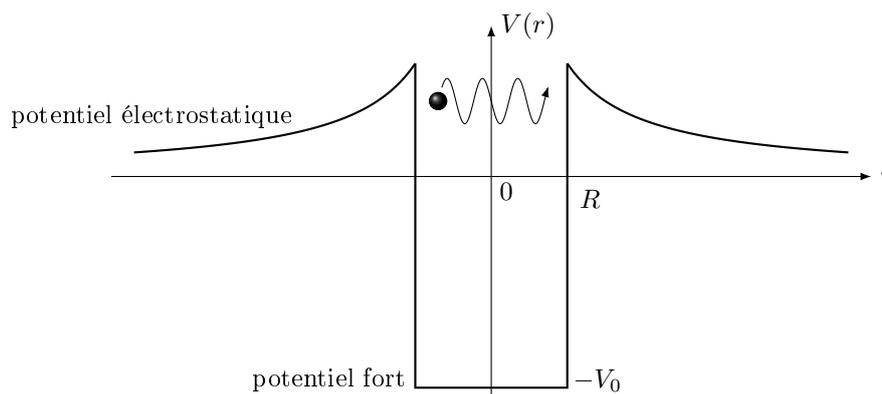
**Schéma.** Le modèle de Gamov peut donc être résumé par le schéma suivant. Un noyau de rayon  $R$  est constitué d'une particule  $\alpha$ , entourée du « reste » du noyau. La particule  $\alpha$  est libre de se déplacer dans le noyau.



**Modèle.** La particule  $\alpha$  pré-existante dans le noyau père subit deux types d'interactions :

- une interaction électromagnétique répulsive avec le reste du noyau (les deux étant chargés positivement) ;
- une interaction forte attractive, qui assure la stabilité (au moins temporaire) du noyau malgré la répulsion électrostatique.

On admet que l'interaction forte domine largement à l'intérieur du noyau mais n'a aucun rôle à l'extérieur de celui-ci. Sous cette hypothèse, on représente graphiquement le potentiel perçu par la particule  $\alpha$  par



L'interaction forte est modélisée par un puits de potentiel de profondeur  $-V_0$ , tandis que l'interaction répulsive électrostatique est donnée par le potentiel coulombien (= énergie potentielle d'une charge  $2e$  dans le champ électrostatique d'une charge  $(Z-2)e$ ) suivant

$$V_c(r) = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

La particule  $\alpha$  est piégée dans le puits de potentiel, mais peut s'en échapper par effet tunnel! La probabilité de traverser la barrière  $T$  est par contre difficile à calculer car  $V$  n'est pas constant par morceau.

Une fois à l'extérieur, la particule est soumise au potentiel répulsif coulombien et partira donc à l'infini : l'atome s'est désintégré en le noyau fils restant et la particule  $\alpha$ . C'est une désintégration  $\alpha$ !

Comme mentionné précédemment, on peut chercher à exploiter ce modèle pour déterminer des quantités mesurables expérimentalement, puis confronter théorie et expérience. Ici, une quantité d'intérêt est le temps de demi-vie du noyau père. On peut l'évaluer par le raisonnement suivant : on suppose que la particule  $\alpha$  a une énergie  $E$ . Dans le noyau où le potentiel est  $-V_0$ , son énergie cinétique est donc

$$\frac{1}{2} m v^2 = E + V_0 \quad \text{soit} \quad v = \sqrt{\frac{2(E + V_0)}{m}}$$

On suppose ensuite que la particule fait des allers-retours dans le noyau (elle va vers la droite, rebondit sur la barrière de potentiel à droite, va vers la gauche, rebondit sur la barrière de potentiel à gauche, va vers la droite, etc...). Puisque le noyau est de diamètre  $2R$ , la particule rencontre une barrière de potentiel à chaque temps

$$t = \frac{2R}{v}$$

Et par ailleurs, à chaque rencontre avec une barrière, elle a une probabilité  $T$  de traverser et de s'échapper par effet tunnel. Pendant une durée  $\tau$ , la particule a rencontré une barrière  $N = \tau/t$  fois. La probabilité qu'elle ne soit pas sortie du noyau est  $1 - T$  par rebond (car  $T$  est la probabilité qu'elle soit sortie), soit au total (ce sont des événements indépendants donc les probabilités se multiplient)

$$p(\tau) = (1 - T)^{\tau/t} \quad (\text{probabilité que le noyau ait survécu un temps au moins } \tau)$$

Le temps de demi-vie  $\tau_{1/2}$  est par définition le temps tel que  $p(\tau_{1/2}) = 1/2$ , c'est-à-dire que le noyau a une chance sur deux de s'être désintégré avant ce temps (ou de se désintégrer après ce temps, la somme des deux probabilités valant évidemment 1) d'où

$$(1 - T)^{\tau_{1/2}/t} = \frac{1}{2} \quad \text{d'où} \quad \tau_{1/2} = -t \frac{\ln 2}{\ln(1 - T)} \quad \text{soit} \quad \tau_{1/2} \approx \frac{\ln 2}{T} t$$

car  $T \ll 1$  (voir les valeurs numériques) donc  $\ln(1 - T) \approx -T$ .

**Remarque.** La probabilité  $T$  de franchir la barrière par effet tunnel dépend de  $E$ , de même que  $t$  par l'intermédiaire de  $v$ . On peut montrer que le temps de demi-vie d'un noyau dépend de l'énergie  $E$  de la particule  $\alpha$  émise par

$$\ln \tau_{1/2} = A + \frac{B}{\sqrt{E}} \quad \text{avec} \quad A \text{ et } B \text{ des constantes.}$$

C'est la loi de Geiger et Nuttall.

**Quelques valeurs numériques.** Le temps de demi-vie de l'uranium 236 est  $\tau_{1/2} = 7,2 \times 10^{14}$  s, soit  $2,3 \times 10^7$  années. Le rayon du noyau de l'uranium 236 est  $R = 7,4 \times 10^{-15}$  m. On a  $V_0$  de l'ordre de 40 MeV, et  $E$  l'énergie de la particule  $\alpha$  émise varie mais est de l'ordre de 4 MeV. La masse de la particule  $\alpha$  est  $m = 6,64 \times 10^{-27}$  kg.

À partir de toutes ces valeurs, on calcule

$$v = 4,6 \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

(la particule  $\alpha$  est non relativiste) puis

$$t = 3,2 \times 10^{-22} \text{ s}$$

et enfin la probabilité de traverser la barrière est

$$T = \frac{t \ln 2}{\tau_{1/2}} = 3,1 \times 10^{-37}$$

effectivement très petite!