EM4-Cours

Magnétostatique : généralités

On étudie dans ce chapitre le champ magnétostatique (ses propriétés propres) et ses sources (qui sont les courants électriques, c'est-à-dire les charges en mouvement).

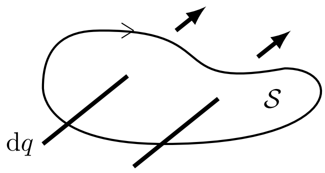
Table des matières

1 Champ magnétostatique **1**
- 1.1 Courant électrique et densité de courant électrique . . . 1
- 1.2 Équations fondamentales de la magnétostatique . . . 2
- 1.3 Force subie par une charge dans un champ magnétostatique . . . 2
- 1.4 Force subie par un fil parcouru par un courant dans un champ magnétotatique . . . 3

1 Champ magnétostatique

1.1 Courant électrique et densité de courant électrique

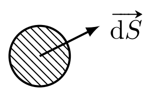
Définition. Intensité du courant électrique. Soit une surface $\mathcal{S}$ orientée (par l'orientation de son contour). Soit $\mathrm{d}q$ le nombre de charges qui traversent $\mathcal{S}$ pendant $\mathrm{d}t$.



L'intensité du courant électrique traversant $\mathcal{S}$ est

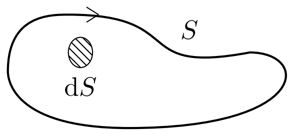
$$\boxed{I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}} \qquad \text{(en ampère A).}$$

Définition. Densité surfacique de courant. Soit une surface $\mathcal{S}$ orientée (par l'orientation de son contour). Soit $\overrightarrow{\mathrm{d}S}$ un élément de cette surface. L'intensité qui traverse $\overrightarrow{\mathrm{d}S}$ est



$$\boxed{\mathrm{d}I = \vec{\jmath} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}}$$

$\vec{\jmath}$ est appelé (vecteur) densité (surfacique) de courant (électrique). Il est en $\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}^{-2}$. Le courant total traversant la surface $\mathcal{S}$ est alors



$$\boxed{I = \iint_{\mathcal{S}} \mathrm{d}I = \iint_{\mathcal{S}} \vec{\jmath} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}}$$

Remarque. On a donc

$$\mathrm{d}q = I\,\mathrm{d}t = \left(\iint_{\mathcal{S}} \vec{\jmath} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}\right) \mathrm{d}t$$

charges qui traversent $\mathcal{S}$ pendant $\mathrm{d}t$.

Exercice. Un fil de section $S = 0{,}5\ \text{mm}^2$ est parcouru par un courant $I = 1$ A, réparti uniformément. Quelle est la densité surfacique de courant ?

Réponse. $\vec{\jmath} = j\,\vec{e_x}$ est supposé uniforme ici donc

$$I = \iint_{\mathcal{S}} \vec{\jmath} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S} = j\,S \qquad \text{soit} \qquad j = \frac{I}{S} = 2 \times 10^6\ \mathrm{A \cdot m^{-2}}.$$

1.2 Équations fondamentales de la magnétostatique

Rappel. Équations fondamentales de l'électrostatique. Le champ électrostatique vérifie les deux équations de Maxwell suivantes :

$$\mathrm{div}\,\vec{E} = \frac{\varrho}{\varepsilon_0} \quad \text{(Maxwell-Gauss)} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E} = \vec{0} \quad \text{(Maxwell-Faraday)}$$

Propriété. Équations fondamentales de la magnétostatique. Le champ magnétostatique vérifie les deux équations de Maxwell suivantes :

$$\boxed{\mathrm{div}\,\vec{B} = 0 \quad \text{(Maxwell-Flux)} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B} = \mu_0\,\vec{\jmath} \quad \text{(Maxwell-Ampère)}}$$

avec

$$\mu_0 = 4\,\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{H \cdot m^{-1}}$$

la **perméabilité magnétique du vide**. Sa valeur est **exacte** (posée par convention).

Commentaire 1. Les quatre équations de Maxwell ci-dessus sont vraies dans le **cas statique**. Dans le cas général, lorsque les champs dépendent du temps, certaines prennent une forme différente (que nous verrons très bientôt, et que vous n'oublierez plus jamais après les avoir vues).

Commentaire 2. Les équations de Maxwell se lisent toujours de droite à gauche comme

« les conséquences = les causes »

Ici par exemple, l'équation de Maxwell-Ampère $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B} = \mu_0\,\vec{\jmath}$ se lit

« les courants électrique ($\vec{\jmath}$) créent des champs magnétiques ($\vec{B}$) »

En d'autres termes les (uniques) sources du champ magnétostatique sont les courants électriques. Par ailleurs, l'équation de Maxwell-Flux $\mathrm{div}\,\vec{B} = 0$ se comprend par comparaison avec celle de Maxwell-Gauss

$\mathrm{div}\,\vec{E} = \varrho\,/\,\varepsilon_0 \Leftrightarrow$ « Les charges électriques (ϱ) créent des champs électriques ($\vec{E}$). »

alors

$\mathrm{div}\,\vec{B} = 0 \Leftrightarrow$ « Il n'existe aucune charge magnétique qui crée un champ magnétique ($\vec{B}$). »

Pour cette raison, l'équation de Maxwell-Flux est aussi appelée « inexistence des monopôles magnétiques ». Les **pôles magnétiques existent en fait seulement par paire** : un pôle Nord a toujours son pôle Sud. Il n'y a jamais de pôle Nord tout seul...

Commentaire 3. L'équation de Maxwell-Flux est aussi appelée parfois l'équation de **Maxwell-Thomson**. Notez que Flux n'est pas une personne, contrairement à Gauss, Ampère, Faraday et Thomson.

1.3 Force subie par une charge dans un champ magnétostatique

Définition. Partie magnétique de la force de Lorentz. Soit une charge q animée d'une vitesse $\vec{v}$ et plongée dans un champ magnétique $\vec{B}$. Elle subit **la partie magnétique de la force de Lorentz**.

$$\boxed{\vec{F} = q\,\vec{v} \wedge \vec{B}}$$

Commentaire 1. La force de Lorentz totale (partie électrique et partie magnétique) est

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)$$

Commentaire 2. La **partie magnétique de la force de Lorentz ne travaille jamais** (sa puissance est toujours nulle). En effet

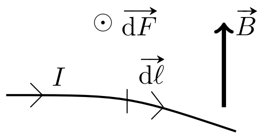
$$\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v} = q\left(\vec{v} \wedge \vec{B}\right) \cdot \vec{v} = 0$$

car $\vec{v} \wedge \vec{B}$ est orthogonal à $\vec{v}$ par propriété du produit vectoriel. En d'autres termes, on ne peut pas faire gagner de l'énergie à une charge à l'aide d'un champ magnétique.

1.4 Force subie par un fil parcouru par un courant dans un champ magnétotatique

Définition. Force de Laplace. Soit un fil parcouru par un courant I, plongé dans un champ magnétique. Un élément $\overrightarrow{\mathrm{d}\ell}$ de ce fil subit la force de Laplace

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{d}F} = I\,\overrightarrow{\mathrm{d}\ell} \wedge \vec{B}}$$



avec $\overrightarrow{\mathrm{d}\ell}$ dans le sens de I.

ATTENTION. La force de Lorentz est microscopique (elle s'applique sur une charge q), tandis que la force de Laplace est macroscopique (elle s'applique sur un fil parcouru par un courant I) ; MAIS **ce sont fondamentalement la même force** ! En d'autres termes « Laplace est la version macroscopique de Lorentz » : ne dites pas qu'un fil subit à la fois la force de Laplace et la force de Lorentz (car il contient des charges ?). C'est faux car c'est la même force : la force de Laplace est la résultante des forces de Lorentz qui s'appliquent sur chacune des charges dans le fil conducteur.

Remarque. Si on considère une densité surfacique de courant $\vec{\jmath}$, la force de Laplace qui s'exerce sur un volume $\mathrm{d}\tau$ de courant s'écrit

$$\overrightarrow{\mathrm{d}F} = \vec{\jmath}\,\mathrm{d}\tau \wedge \vec{B}$$