

# DS 1 Physique – PC 2020/2021

Vendredi 18/09/2020. Durée 3h. Calculatrice autorisée.

## Problème 1 – G2E BCPST 2019

### OEIL ET VISION

Ce problème aborde quelques phénomènes physiques liés au fonctionnement de l'oeil humain et à la transmission électrique vers le cerveau. Le fonctionnement général est introduit sur la figure 1.

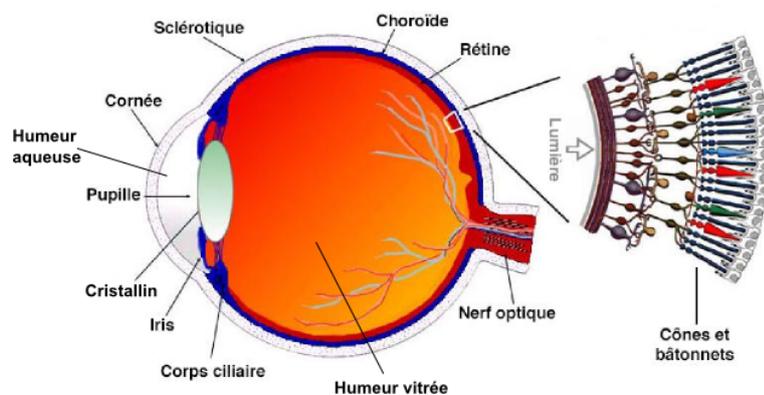


FIGURE 1 – Les différentes parties de l'oeil humain.

Constantes fondamentales intervenant dans le problème :

- Constante des gaz parfaits  $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
- Constante de Faraday  $F = 96500 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1}$
- Nombre d'Avogadro :  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Charge élémentaire :  $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Constante de Planck :  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

**Commentaire.** On donne aussi la célérité de la lumière dans le vide  $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

# 1 Sensibilité de l'oeil

Le fond de l'oeil est tapissé par la rétine, membrane très fragile, jaunâtre et transparente. C'est la partie sensible de l'oeil. Cette sensibilité est due à deux sortes de cellules :

- Les bâtonnets : comme leur nom l'indique, ces cellules ont une forme allongée. Ils sont colorés en rose par le pourpre rétinien qui les rend sensibles à la lumière. Ils ne sont pas sensibles à la couleur et travaillent essentiellement en vision crépusculaire. On compte environ 120 millions de bâtonnets dans la rétine humaine.
- Les cônes : ce sont les seuls à être sensibles à la couleur. Ils participent essentiellement à la vision diurne.

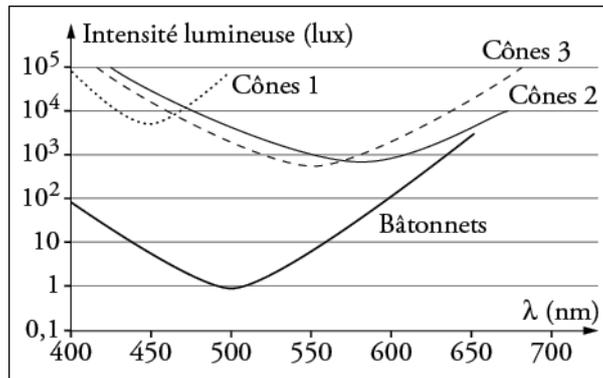


FIGURE 2 – Eclairage lumineux minimal pour lequel les quatre types de cellules photosensibles émettent un signal électrique

1. Quel est le domaine de longueur d'onde du visible ?
2. A partir de la figure 2, justifier que les bâtonnets sont associés à la vision nocturne et que les cônes sont associés à la vision diurne.
3. L'énergie d'un photon dans une onde lumineuse de fréquence  $f$  est donnée par la relation  $E = hf$  où  $h$  est la constante de Planck. Calculer les fréquences  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$  pour lesquelles chaque type de cône est le plus sensible. En déduire les énergies  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  des photons associés.
4. Le lux est une unité de puissance lumineuse adaptée à l'oeil humain, correspondant à la puissance minimale détectable par l'oeil. Comme le montre la figure 1, c'est dans les verts ( $\lambda = 550$  nm), que l'oeil humain est le plus sensible. A cette longueur d'onde, un éclairage de  $1,0 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$  correspond à 683 lux. Le diamètre moyen de la pupille de jour est de 3,0 mm.
  - a. Calculer la puissance minimale en Watt que doit recevoir l'oeil pour détecter du vert.
  - b. A quel débit de photons cela correspond-il ?

## 2 Formation d'images

Lorsqu'ils pénètrent dans l'oeil, les photons suivent la trajectoire des rayons lumineux. Cette partie étudie l'oeil d'un point de vue optique géométrique.

### 2.1 Dioptre sphérique

Dans une modélisation préliminaire, on considère que l'oeil est une sphère de rayon  $a$ , et d'indice  $n$ . Un rayon lumineux incident arrive sur l'oeil, parallèlement à l'axe optique, avec une hauteur  $h$  petite devant  $a$ . Il est alors réfracté et atteint la rétine en son centre. Dans toute cette partie on se place dans l'approximation aux petits angles, ce qui revient à supposer  $h \ll a$ .



## Problème 2 – Centrale TSI 2012

Dans le vingt-et-unième album de la série *Les Aventures de Tintin*, intitulé *Les Bijoux de la Castafiore*, cette dernière est en mesure de faire exploser un verre par la simple utilisation de sa voix. Le présent sujet se penche sur les aspects physiques de ce phénomène. Nous tenterons ainsi de déterminer les circonstances dans lesquelles il est effectivement possible de réaliser une telle prouesse et nous nous pencherons sur les rôles joués par les différents paramètres physiques susceptibles d'influer sur ces circonstances.

Ce sujet comporte un document réponse à rendre avec la copie. Ce document contient un texte sur le laser.

### Conseils généraux et remarques

- Afin d'en faciliter la lecture et l'analyse, certaines courbes et images expérimentales ont été simplifiées.
- Les applications numériques seront faites avec un nombre adapté de chiffres significatifs.
- Les trois parties du problème sont largement indépendantes, mais les données numériques fournies ou calculées dans les différentes parties sont susceptibles d'être utilisées dans toutes les parties.

## I Analyse expérimentale des vibrations du verre

Il est extrêmement facile, en frappant un verre à pied, d'entendre le son que celui-ci émet. On se propose dans cette partie de déterminer, à partir d'une modélisation simple, quelques propriétés des oscillations libres d'un verre mis ainsi en vibration.

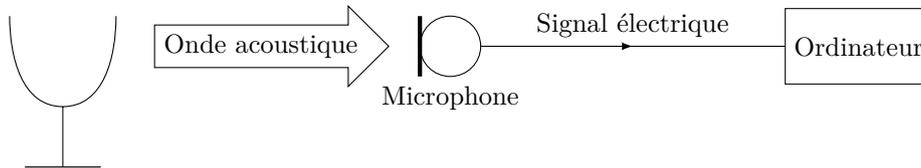


Figure 1

Un verre à pied, d'un diamètre de 12 cm, est frappé, à l'instant  $t = 0$ , au niveau du bord supérieur à l'aide d'un petit marteau. Le son émis est enregistré par ordinateur. Son analyse spectrale peut alors être réalisée à tout moment de l'enregistrement. Le microphone utilisé pour l'enregistrement présente une courbe de réponse en fonction de la fréquence donnée sur la figure 2.

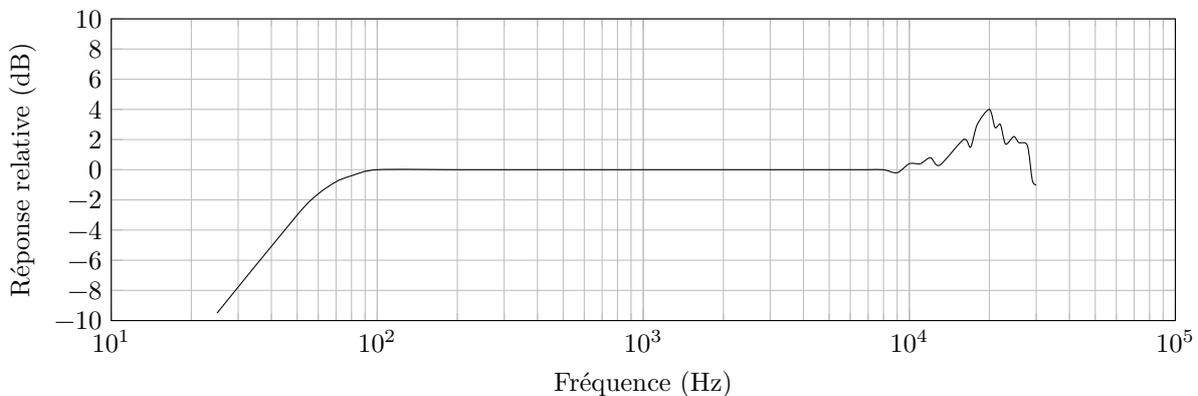


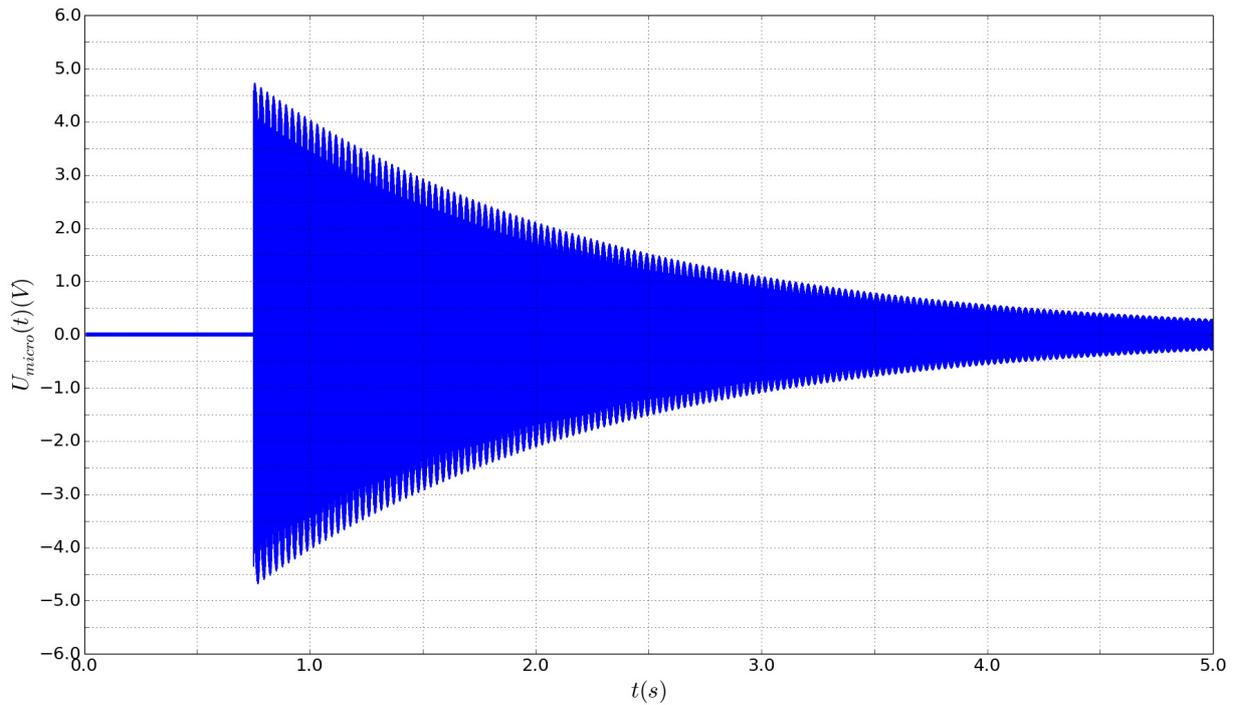
Figure 2 Réponse relative du microphone en fonction de la fréquence

La figure 3 représente le chronogramme de cet enregistrement et la figure 4 une analyse spectrale réalisée peu après le début de l'enregistrement. La figure 5 présente son analyse spectrale aux dates  $t = 1,0, 2,0, 3,0$  et  $4,0$  s.

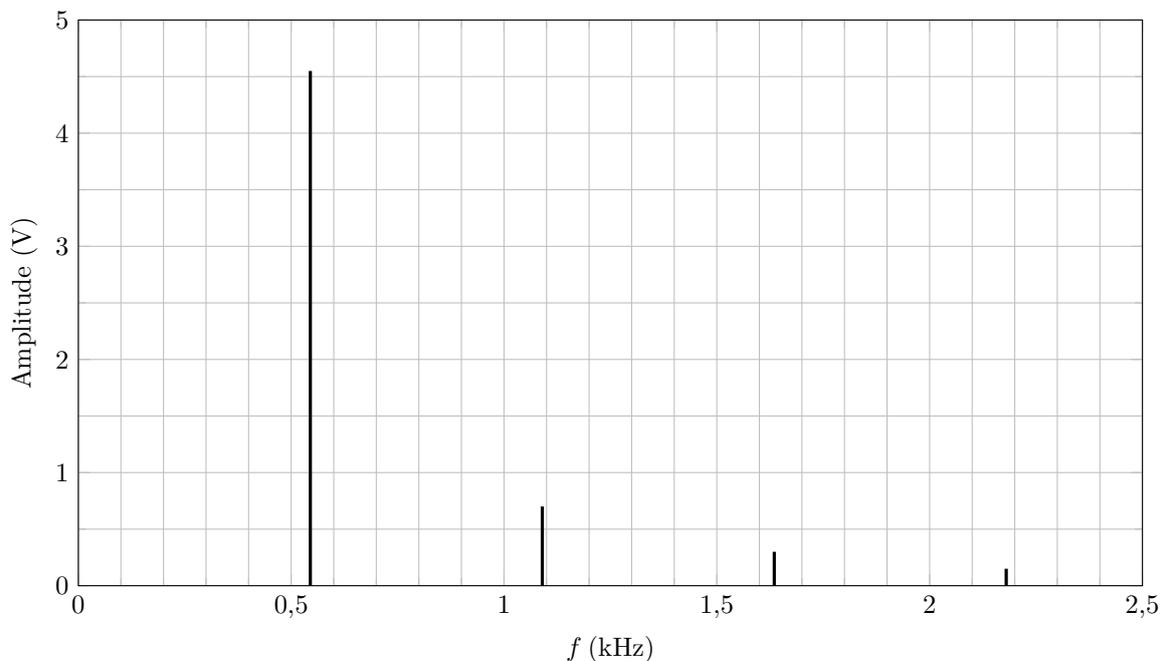
### I.A – Analyse qualitative de l'enregistrement

Les « pics » représentés dans les analyses spectrales correspondent à des modes propres de vibration du verre.

- Q 1.** Que signifie la présence de modes propres dans le signal enregistré ? Comment peut-on les nommer ?
- Q 2.** Quelle est la fréquence du signal enregistré ?
- Q 3.** En limitant le raisonnement au bord supérieur du verre, estimer la vitesse de propagation de la déformation causée par le choc.



**Figure 3** Chronogramme de l'enregistrement sonore du verre



**Figure 4** Analyse spectrale du son réalisée peu après la frappe du verre

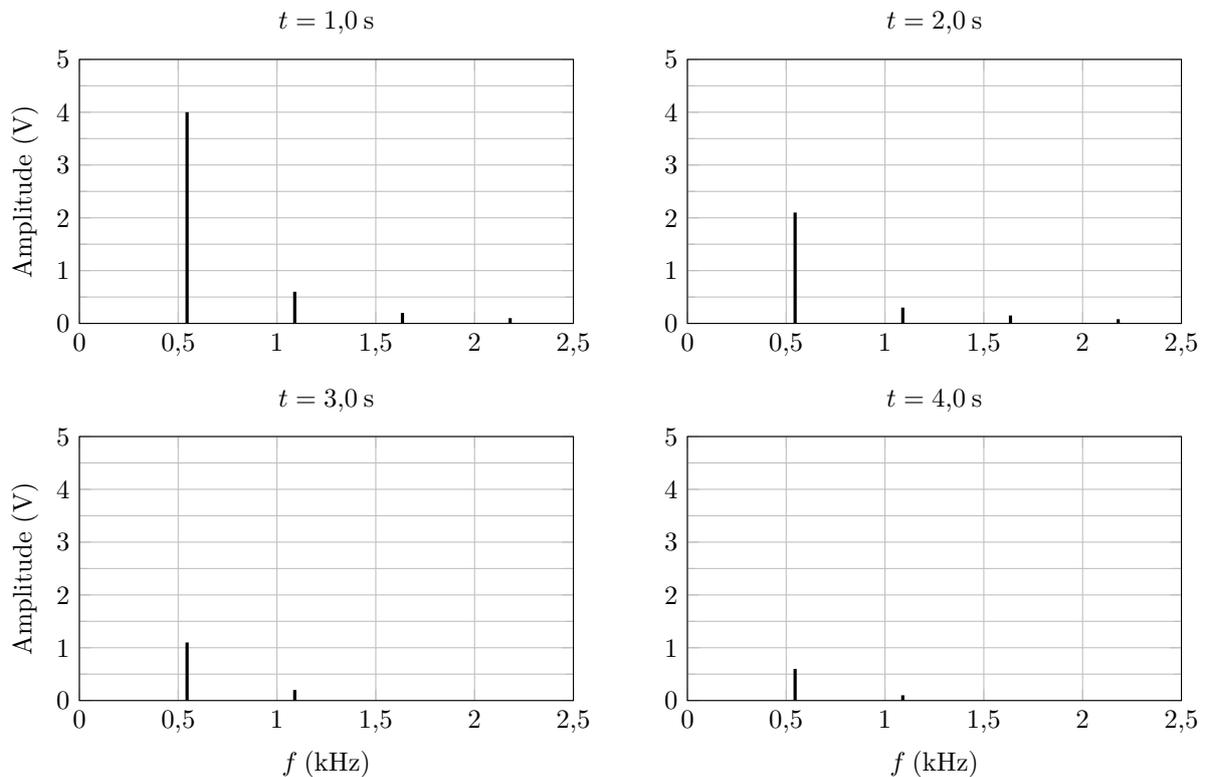
- Q 4.** Donner les fréquences des différents modes propres. Elles sont liées par une relation simple ; laquelle ?
- Q 5.** Quelle caractéristique de la courbe de réponse du microphone est essentielle pour réaliser un enregistrement et une analyse spectrale représentant correctement le phénomène étudié ?
- Q 6.** Quelle(s) autre(s) information(s) peut-on déduire des différentes analyses spectrales ?

#### ***I.B – Estimation du facteur de qualité Q***

Quand le verre est en vibration, son bord supérieur oscille autour de sa position au repos. Afin d'estimer le facteur de qualité du verre, on le modélise par une masse  $m$  mobile sur l'axe ( $Ox$ ) horizontal associée à un ressort de raideur  $k$ , de longueur à vide nulle (figure 6). Les frottements seront, quant à eux, modélisés par un frottement fluide de type  $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$  où  $\vec{v}$  désigne le vecteur vitesse de la masse  $m$ .

**Q 7.** Montrer que l'équation différentielle traduisant l'évolution temporelle de  $x(t)$  s'écrit de la façon suivante, avec  $\omega_0$  et  $Q$  deux constantes que l'on exprimera en fonction de  $\alpha$ ,  $k$  et  $m$  :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$



**Figure 5** Analyse spectrale du son à différents instants après la frappe du verre



**Figure 6** Modèle mécanique du déplacement

- Q 8.** Quelle est la signification physique de  $\omega_0$  et de  $Q$  ? Quelles sont les unités de ces deux grandeurs ?
- Q 9.** Compte tenu du choc initial avec le marteau, déterminer, dans le cas d'un frottement « faible », l'expression approchée de la solution  $x(t)$  avec les conditions initiales  $x(0) = 0$  et  $\frac{dx}{dt}(0) = V_0$ . Représenter son allure.
- Q 10.** En quoi, l'enregistrement de la figure 3 est-il en accord à la modélisation par un frottement fluide ?
- Q 11.** Proposer, à partir de l'évolution temporelle du mode 1 sur les analyses spectrales, un ordre de grandeur du facteur de qualité  $Q$ .

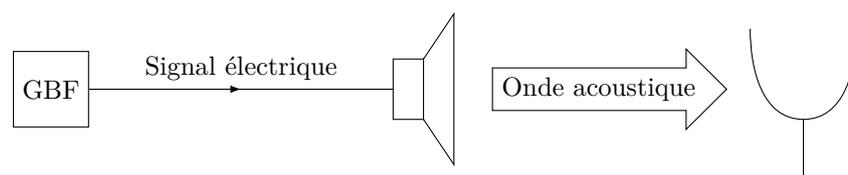
Dans la suite de l'expérience, on va chercher à mettre en résonance le verre à l'aide d'une excitation sinusoïdale.

- Q 12.** Donner une estimation du temps nécessaire pour mettre le système en régime sinusoïdal forcé.

## II Étude de la résonance en amplitude du verre en régime sinusoïdal forcé

On souhaite étudier plus finement la réponse en amplitude du verre au voisinage de la fréquence de résonance du mode 1 précédemment déterminée.

Un hautparleur relié à un générateur basse fréquence produit une onde sonore sinusoïdale de fréquence  $f$ . Le verre, placé à proximité du hautparleur (figure 7), est ainsi placé en régime sinusoïdal forcé.



**Figure 7**

## II.A – Approche théorique

L'équation différentielle traduisant l'évolution temporelle de  $x(t)$  est alors de la forme suivante, avec  $\omega = 2\pi f$  la pulsation et  $\Phi$  la phase du signal acoustique délivré par le générateur basse fréquence :

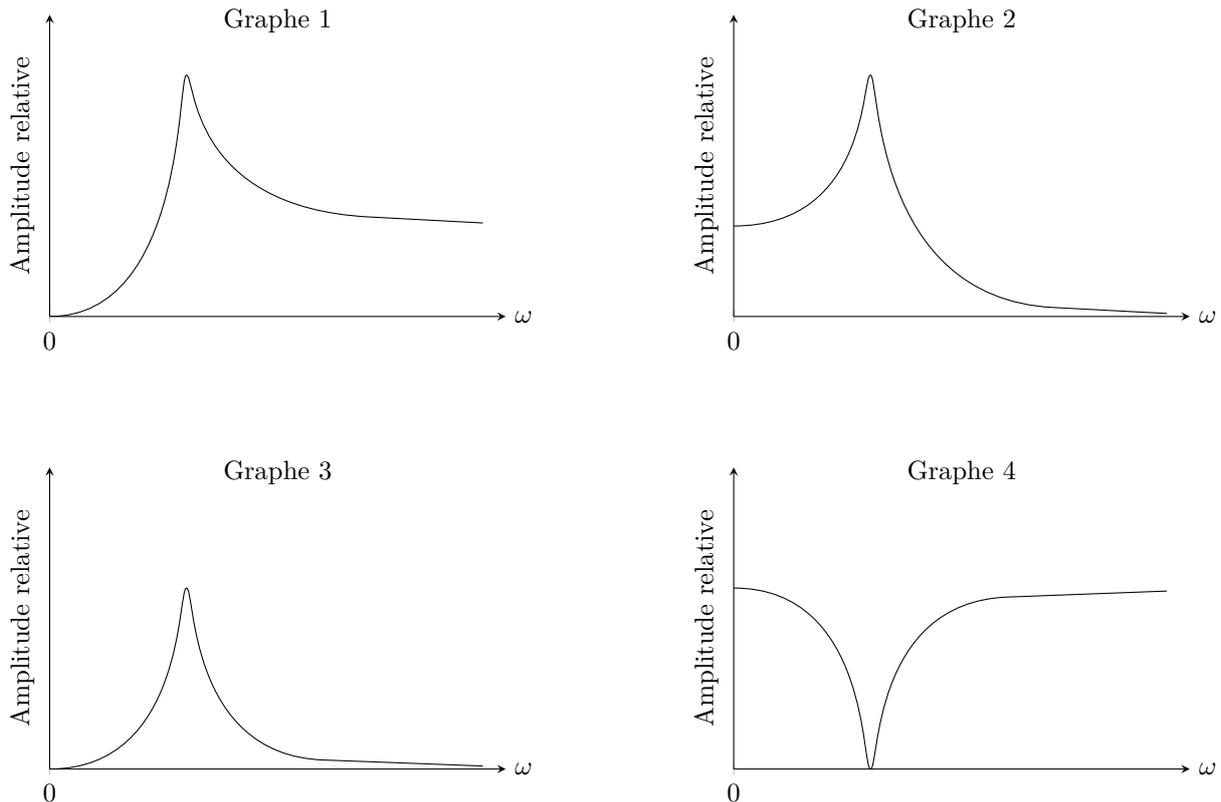
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = A_0 \cos(\omega t + \Phi)$$

En régime sinusoïdal forcé, la solution est de la forme  $x(t) = X \cos(\omega t + \varphi)$ . Comme en électrocinétique, on introduit la grandeur complexe associée  $\underline{x}(t) = \underline{X} \exp(j\omega t)$  avec  $j^2 = -1$ .

**Q 13.** Comment nomme-t-on la grandeur  $\underline{X}$  ? Que représente son module, son argument ?

**Q 14.** Établir l'expression du module de  $\underline{X}$  en fonction de  $\omega$ ,  $\omega_0$ ,  $A_0$  et  $Q$ .

**Q 15.** À partir d'une étude qualitative, justifier le numéro de graphe de la figure 8 compatible avec le tracé du module de  $\underline{X}$  en fonction de la pulsation  $\omega$ .



**Figure 8** Module de  $\underline{X}$  en fonction de  $\omega$

**Q 16.** À quelle condition sur le facteur de qualité peut-on envisager une résonance d'amplitude ?

On note  $Q_0$  cette condition.

**Q 17.** Dans le cas d'une résonance d'amplitude, exprimer la pulsation correspondante, notée  $\omega_r$ , en fonction de  $\omega_0$  et  $Q$ .

Dans la suite, on suppose  $Q \gg Q_0$ .

**Q 18.** Quelle est alors l'expression de la pulsation de résonance  $\omega_r$  ?

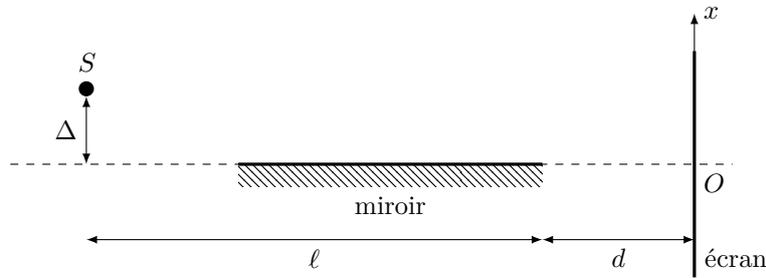
**Q 19.** On note  $X_r$  le module de  $\underline{X}$  pour  $\omega = \omega_r$ . Établir son expression en fonction de  $\omega_0$ ,  $A_0$  et  $Q$ .

**Q 20.** Définir les pulsations de coupure  $\omega_1$  et  $\omega_2$  ( $\omega_1 < \omega_2$ ) du module de  $\underline{X}$ . Rappeler la relation liant  $\omega_0$ ,  $Q$  et  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ .

## II.B – Tracé expérimental

Le verre utilisé présente, en guise de décoration, une bande de dépôt métallique placée près du bord supérieur. Son rôle de miroir va permettre la réflexion d'une source lumineuse. Le verre est ici localement considéré plat dans le cadre de cette réflexion. Le dispositif réalisé va permettre la mesure des amplitudes de vibration par interférométrie.

La fente source monochromatique  $S$  (perpendiculaire au plan de la figure), de longueur d'onde  $\lambda = 633$  nm, est placée à la distance  $\Delta$  du plan du miroir afin que celui-ci soit utilisé sous incidence rasante. La distance source – bord droit du miroir est notée  $\ell = 20$  cm et la distance entre le miroir et l'écran  $d = 30$  cm (figure 9).



**Figure 9** Dispositif interférentiel (échelle non respectée)

**Q 21.** Sur le schéma de la figure A du document réponse,  $S'$  représente l'image de la source  $S$  à travers le miroir. À l'aide d'une construction géométrique, faire apparaître sur l'écran le champ d'interférence.

**Q 22.** On considère un point  $M$  d'abscisse  $x$ , situé sur l'écran dans le champ d'interférence. En supposant que  $\Delta \ll \ell + d$  et  $|x| \ll \ell + d$ , déterminer la différence de chemin géométrique  $\delta_g$  entre un rayon issu de  $S$  après réflexion sur le miroir (donc semblant venir de  $S'$ ) et un rayon issu directement de  $S$ , au point  $M$ . Sachant que lors d'une réflexion air – miroir il y a un déphasage supplémentaire de  $\pi$ , exprimer la différence de chemin optique  $\delta$ .

**Q 23.** Établir l'expression de l'interfrange  $i$  :  $i = \frac{\lambda(\ell + d)}{2\Delta}$ .

**Q 24.** Le bord du verre, représenté par le miroir, est animé, en régime sinusoïdal forcé, d'un mouvement de translation dans la direction de l'axe  $(Ox)$ , d'équation  $x_m(t) = X \cos(\omega t + \varphi)$ . Déduire l'expression de l'évolution temporelle de l'interfrange en prenant en considération les paramètres de la vibration.

**Q 25.** Pour une valeur de  $\omega$  donnée, l'interfrange peut prendre une infinité de valeurs comprises entre deux extrêmes notés  $i_{\min}$  et  $i_{\max}$ . Exprimer  $X$ , amplitude des oscillations, en fonction de  $d$ ,  $\ell$ ,  $\lambda$ ,  $i_{\min}$  et  $i_{\max}$ .

**Q 26.** Dans l'expérience menée avec le verre, peut-on envisager de suivre à l'œil nu l'évolution de l'interfrange sur l'écran ?

Afin de pouvoir réaliser des mesures dans de bonnes conditions d'observation, on met en œuvre une méthode de stroboscopie en utilisant le capteur d'image CMOS d'une caméra rapide dont la fréquence de prise des images  $f_i$  est réglable jusqu'à 100 images par seconde. Le capteur est placé directement dans le champ d'interférence à la place de l'écran. On précise que la résolution du capteur CMOS (taille du pixel) est de  $1 \mu\text{m} \times 1 \mu\text{m}$ .

**Q 27.** On cherche à observer une immobilité de la figure d'interférence sur l'image. Exprimer la(les) fréquence(s) de prise de vue  $f_i$  possible(s) en fonction de la pulsation  $\omega$  du générateur basse fréquence.

**Q 28.** Une fois l'immobilité apparente réalisée sur l'image, expliquer pourquoi la mesure de l'interfrange nécessite de pouvoir régler la phase  $\Phi$  du générateur basse fréquence.

Les images données figure 10, représentant un carré de 100 pixels de coté, ont été réalisées pour une pulsation  $\omega$  proche de la résonance. Seule la phase  $\Phi$  du générateur basse fréquence est différente pour chacune d'entre elle.

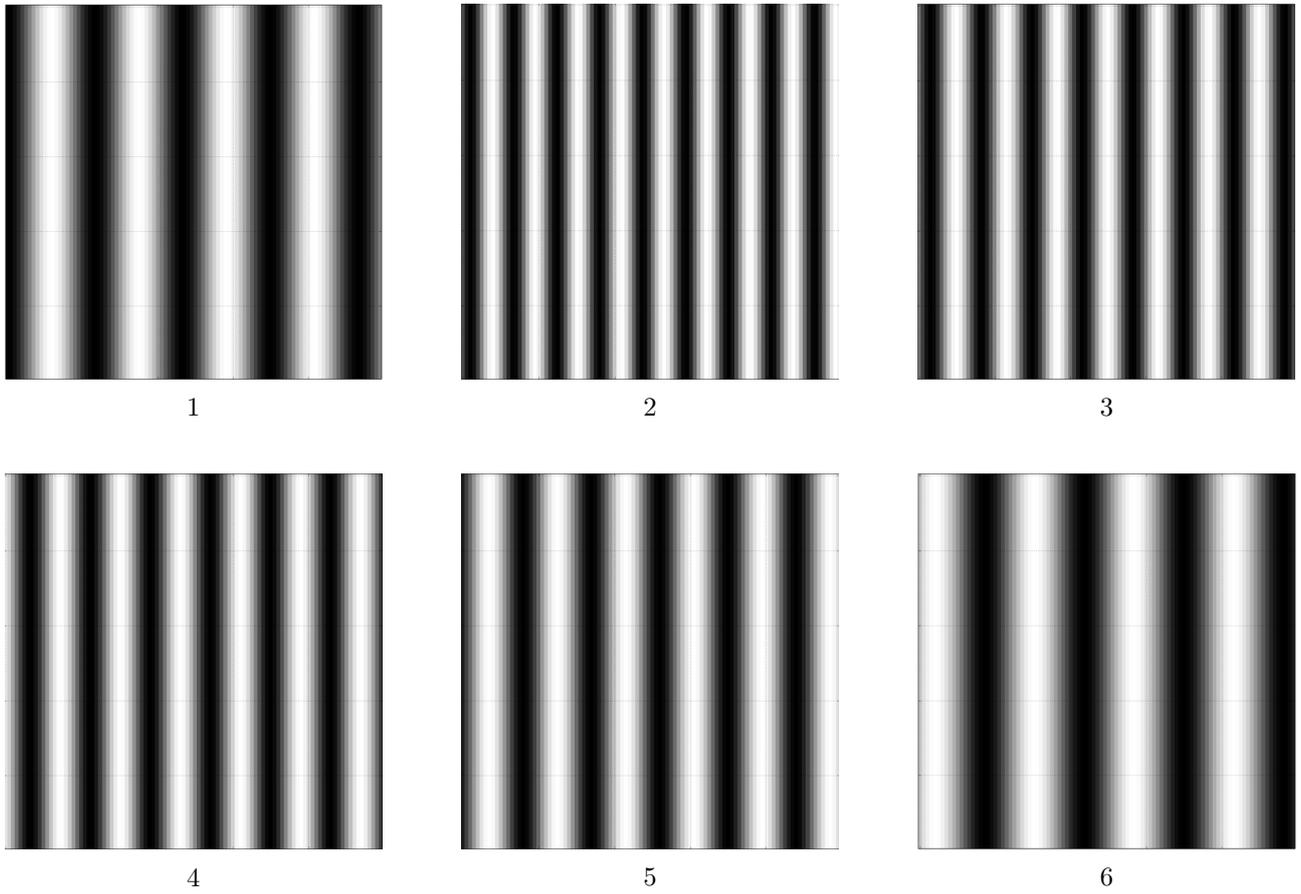
**Q 29.** À partir d'une exploitation des images de la figure 10, estimer l'amplitude des oscillations  $X$  du verre pour la pulsation  $\omega$ .

Une série de mesure de l'amplitude  $X$  au voisinage de la résonance permet de tracer le graphe représenté sur la figure 11.

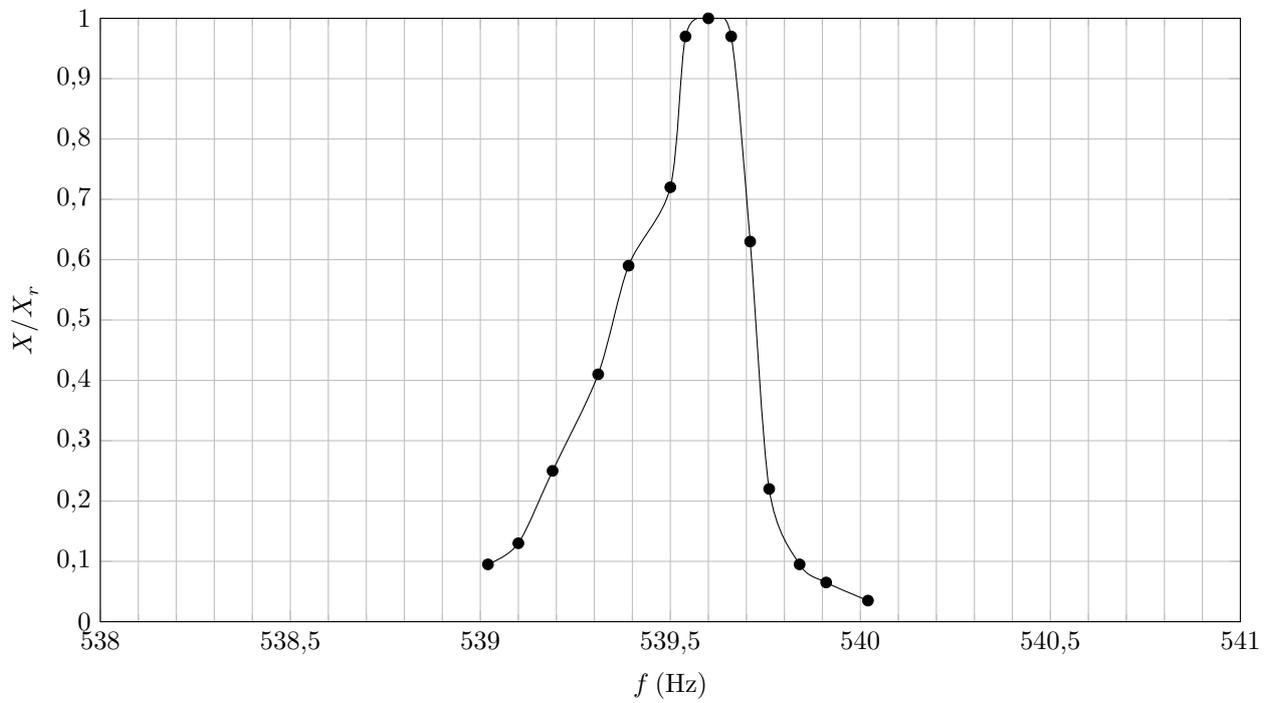
**Q 30.** Déterminer, à partir de la figure 11, la fréquence de résonance  $f_r$  et le facteur de qualité  $Q$  du verre dans son mode 1. Comparer ces résultats à ceux du II.A.

**Q 31.** Un générateur basse fréquence disponible au laboratoire présente les caractéristiques données dans le tableau ci-dessous. Est-il réaliste de pouvoir mettre en résonance le verre en utilisant celui-ci ?

Fréquence	0,1 Hz à 2,1 MHz sur 6 gammes
Précision	0,5%
Niveau de sortie	20 V crête-crête en circuit ouvert
	10 V crête-crête sur $50 \Omega$
Alimentation	115 ou 230 Vc.a., 50-60 Hz
Dimensions	$200 \times 300 \times 150$ mm
Poids	1,8 kg



**Figure 10** Images du capteur CMOS pour une pulsation  $\omega$



**Figure 11** Amplitude relative en fonction de la fréquence

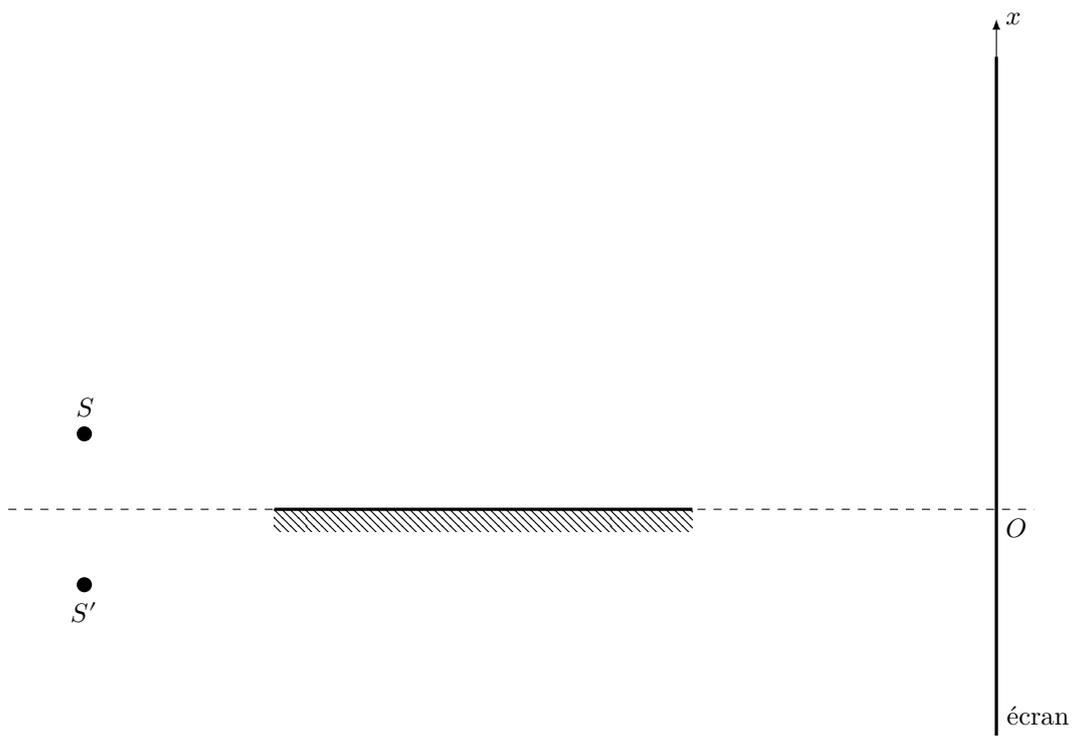


Figure A

△ △ △ Fin du devoir.