D1-Cours

Diffusion de particules

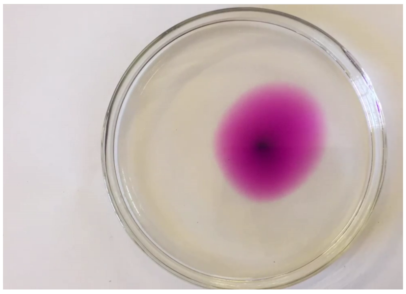
Notions clés du chapitre. Vecteur densité de flux de particules $\overrightarrow{j_N}$. Équation de conservation. Loi phénoménologique de Fick. Équation de diffusion. Approche microscopique de la diffusion par un modèle probabiliste.

Table des matières

1 Description de la diffusion de particules

1.1 Constatations expérimentales

On dépose de l'encre dans une boite de Pétri remplie d'eau (ou sur un papier buvard par exemple).



On constate :
- la diffusion de l'encre se fait **sans mouvement global** du milieu (l'eau ici). Cela distingue la diffusion de la convection (il peut d'ailleurs y avoir de la diffusion dans les solides !) ;
- la diffusion est **au début rapide, puis de plus en plus lente** ;
- la diffusion tend à **homogénéiser** la concentration d'encre ;
- la diffusion est **irréversible**, l'encre se diffuse toujours des zones de fortes concentrations vers les zones de faibles concentrations, et jamais l'inverse ;
- la diffusion est un phénomène général : elle est observée dans les liquides (sucre dans le café), dans les gaz (parfum dans une atmosphère inerte) et dans les solides.

Interprétation microscopique. Individuellement, les molécules d'encre sont soumises à une agitation permanente (**agitation thermique**), gouvernée par des chocs successifs avec des molécules d'eau. À cette échelle microscopique, le mouvement des molécules est complètement isotrope (« elles vont autant à droite qu'à gauche »). À l'échelle macroscopique par contre, on observe un « mouvement moyen », des zones de fortes concentrations vers les zones faibles concentrations, mais isotrope également (l'encre diffuse suivant un motif quasi-circulaire, symétrique).

1.2 Cadre d'étude

Déf : Libre parcours moyen. ℓ_{lpm} est la distance typique que parcourt une particule microscopique (atome, molécule ou ion) entre deux chocs successifs.

Exemples. En ordre de grandeur, on peut évoquer que $\ell_{\text{lpm}} \sim 10^{-7}$ m dans les gaz (dans les CNTP). Dans les liquides et les solides, on a plutôt $\ell_{\text{lpm}} \approx a \sim 10^{-10}$ m (l'ordre de grandeur de la taille a d'une molécule, qui sont en contact dans ces états condensés).

Déf : Échelle mésoscopique. L'échelle mésoscopique ℓ est très petite devant l'échelle macroscopique typique (taille du système L) mais très grande devant l'échelle microscopique typique (libre parcours moyen ℓ_{lpm}).

$$\ell_{\text{lpm}} \ll \ell \ll L$$

Exemples. Dans un gaz dans les CNTP on peut considérer $\ell \sim 10^{-4}$ m.

Remarque. Il n'est pas toujours possible de la définir (par exemple dans les gaz très raréfiés pour lesquels $\ell_{\text{lpm}} \sim L$).

Idée du chapitre. On cherche à décrire la diffusion à l'échelle **mésoscopique**. On définit pour cela deux grandeurs : l'une traduisant la quantité de particules diffusantes à un endroit donné (n), et l'autre traduisant leur mouvement moyen ($\overrightarrow{\jmath_N}$).

1.3 Densité de particules diffusantes

Cette grandeur nous permet de caractériser la quantité des particules diffusantes à l'échelle mésoscopique.

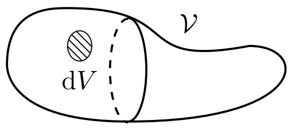
Définition. Densité de particules diffusantes n.

Le nombre $\mathrm{d}N$ de particules présentes à l'instant t dans un volume mésoscopique $\mathrm{d}V$ centré en $\vec{r}$ est

$$\boxed{\mathrm{d}N = n(\vec{r}, t)\,\mathrm{d}V}$$

La densité de particules $n(\vec{r}, t)$ est un champ scalaire (en m^{-3}). Le nombre de particules N dans un volume $\mathcal{V}$ est

$$\boxed{N = \iiint_{\mathcal{V}} n(\vec{r}, t)\,\mathrm{d}V}$$



1.4 Densité surfacique de flux de particules diffusantes

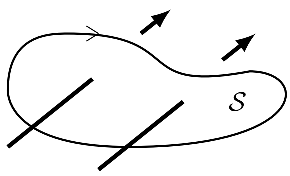
Cette grandeur nous permet de caractériser le mouvement mésoscopique des particules diffusantes.

Définition. Flux de particules diffusantes $\varphi_{\mathcal{S}}$.

Le nombre de particules $\mathrm{d}N$ traversant une surface orientée (par la règle du pouce de la main droite) $\mathcal{S}$ pendant $\mathrm{d}t$ est

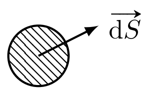
$$\boxed{\mathrm{d}N = \varphi_{\mathcal{S}}(t)\,\mathrm{d}t}$$

Le flux de particules $\varphi_{\mathcal{S}}(t)$ à travers $\mathcal{S}$ s'exprime en s^{-1}.



Définition. (Vecteur) densité (surfacique) de flux de particules diffusantes $\overrightarrow{\jmath_N}$.

Le nombre de particules d^2N traversant une surface élémentaire orientée $\overrightarrow{\mathrm{d}S}$ pendant $\mathrm{d}t$ est

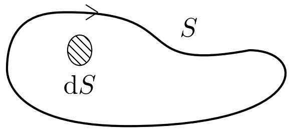


$$\boxed{\mathrm{d}^2N = \overrightarrow{\jmath_N}(\vec{r}, t)\cdot\overrightarrow{\mathrm{d}S}\,\mathrm{d}t \qquad \text{soit} \qquad \mathrm{d}\varphi = \overrightarrow{\jmath_N}(\vec{r}, t)\cdot\overrightarrow{\mathrm{d}S}}$$

avec $\mathrm{d}\varphi$ le flux élémentaire (c'est-à-dire à travers une surface élémentaire). $\overrightarrow{\mathrm{d}S}$ est un **vecteur normal** à la surface $\mathrm{d}S$. La densité de flux de particules $\vec{\jmath}_N(\vec{r}, t)$ s'exprime en m$^{-2}\cdot$ s^{-1}.

Le flux à travers une surface orientée $\mathcal{S}$ est donc

$$\varphi_{\mathcal{S}}(t) = \iint_{\mathcal{S}} \mathrm{d}\varphi = \iint_{\mathcal{S}} \overrightarrow{\jmath_N}(\vec{r}, t)\cdot\overrightarrow{\mathrm{d}S} \qquad \text{et} \qquad \mathrm{d}N = \left(\iint_{\mathcal{S}} \overrightarrow{\jmath_N}(\vec{r}, t)\cdot\overrightarrow{\mathrm{d}S}\right)\mathrm{d}t$$



Remarque. Surface fermée. Conventionnellement, si la surface $\mathcal{S}$ est fermée on l'oriente sortante. Le **flux sortant** à travers une surface fermée est

$$\varphi_{\mathcal{S}}(t) = \oiint_{\mathcal{S}} \overrightarrow{\jmath_N}(\vec{r}, t)\cdot\overrightarrow{\mathrm{d}S}$$