

# Interrogation

EM7 : Équations de Maxwell

EM8 : Aspects énergétiques du champ électromagnétisme

## Questions

1) Écrire et nommer les quatre équations de Maxwell.

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{et} \quad \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

Il s'agit respectivement de l'équation de Maxwell-Flux, de Maxwell-Gauss, de Maxwell-Faraday et de Maxwell-Ampère.

2) Écrire l'équation de conservation de la charge dans le cas général.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0$$

3) Qu'appelle-t-on les équations de structure ?

Ce sont les deux équations de Maxwell qui ne dépendent pas du milieu, c'est-à-dire des charges  $\rho$  et/ou des courants  $\vec{j}$ . Ce sont donc les équations de Maxwell-Flux et de Maxwell-Faraday :

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \text{et} \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

4) Écrire les équations de Maxwell sous forme intégrale.

$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0, \quad \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}, \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\phi}{dt} \quad \text{et} \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 (I_{\text{enlacée}} + I_{\text{déplacement}})$$

Il s'agit respectivement de l'équation de Maxwell-Flux, de Maxwell-Gauss, de Maxwell-Faraday et de Maxwell-Ampère.

5) Donner la définition du vecteur de Poynting, puis son interprétation physique.

$$\pi = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

Le vecteur de Poynting est une puissance surfacique : son flux à travers une surface donne la puissance qui traverse cette surface, c'est-à-dire l'énergie qui traverse cette surface par unité de temps.

**Exercice.**

6) Rappeler l'expression du champ électrostatique dans un condensateur plan. Quelle est alors la densité volumique d'énergie électromagnétique  $u$  dans le condensateur ?

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{e}_z \quad \text{et} \quad u = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \quad \text{donc} \quad u = \frac{\sigma^2}{2 \varepsilon_0}$$

où  $\sigma$  est la densité surfacique de charges,  $\sigma = Q/S$ .

7) En déduire l'énergie  $\mathcal{E} = u V$  stockée dans le condensateur, où  $V$  est le volume de celui-ci  $V = S e$ ; puis obtenir la capacité du condensateur en identifiant l'énergie  $\mathcal{E}$  aux lois de l'électrocinétique

$$\mathcal{E} = \frac{Q^2}{2C} \quad \left( = \frac{1}{2} C U^2 \quad \text{avec} \quad Q = C U \right)$$

$$\mathcal{E} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} V = \frac{Q^2}{2S^2\varepsilon_0} S e = \frac{Q^2}{2} \frac{e}{S\varepsilon_0}$$

et on retrouve par identification

$$C = \frac{S\varepsilon_0}{e}$$

comme dans le cours.