

Interrogation

EM3 : Dipôle électrostatique

Questions

1) Donner l'énergie potentielle, le moment et la force subis par un dipôle électrostatique plongé dans un champ électrique extérieur.

$$E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}_{\text{ext}}, \quad \vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}_{\text{ext}} \quad \text{et} \quad \vec{F} = -\text{grad} E_p.$$

2) Comment est définie la polarisabilité d'une molécule? (répondre en fonction de \vec{p} et \vec{E}). Quelle est l'unité de la polarisabilité?

La polarisabilité α est telle que le moment dipolaire acquis par une molécule lorsqu'elle est plongée dans un champ électrique extérieur est

$$\vec{p} = \alpha \varepsilon_0 \vec{E}_{\text{ext}}$$

La polarisabilité est homogène à un volume, donc en m^3 .

3) Calculer la distance PM à l'ordre 1 en a/r si $r = OM$ et $OP = a/2$. On note θ l'angle entre les deux.

On calcule la distance PM comme la norme du vecteur \overrightarrow{PM} , donc comme la racine de son produit scalaire avec lui-même. On introduit ensuite l'origine O par une relation de Chasles. On peut par exemple écrire

$$PM^2 = \overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PM} = (\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OM}) \cdot (\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{OM}) = PO^2 + OM^2 + 2\overrightarrow{PO} \cdot \overrightarrow{OM}$$

or $\overrightarrow{PO} = -a/2 \vec{e}_z$ et $\overrightarrow{OM} = r \vec{e}_r$ (ça mérite un schéma...). D'où

$$PM^2 = r^2 + \frac{a^2}{4} - ar \cos \theta = r^2 \left(1 + \frac{a^2}{4r^2} - \frac{a}{r} \cos \theta \right)$$

et ensuite, le développement limité $(1 + \varepsilon)^\alpha \approx 1 + \alpha \varepsilon$ mène à

$$PM = (PM^2)^{1/2} \quad \text{soit} \quad PM \approx \left(1 - \frac{a}{2r} \cos \theta \right)$$